Di Antonio Possevini.

Α Β Γ Δ Ε Ζ Η. Ἅπαντα εἰσι πεζάδια.

Romæ, apud Antonium bladum
Asulanum.

BIBLIOTECA NAZ.
ROMA
VITTORIO EMANUELE

ERRATA.

Columna	Linea	Scribe
18	9	τμήματος τετραγώνου,
22	20	ἑκάτερα
24	12	τόπον,
24	14	εὐθεῖα,
24	17	λοιπή,
24	21	κύκλου
26	19	τις εὐθεῖα,
30	22	ἰσογώνιον vbi ὀρθογώνιον
32	22	ἡγουμένου,
40	20	ἔχῃ,
47	22	αὐτοῦ,
50	6	ὡς ὅλος.
66	4	εὐθεῖα,
75	5	εὐθεῖα,
75	10	ὀνόματα.
75	11	μόνον
80	13	ὑπὸ vbi ἀπὸ
84	9	bis μέσης
84	22	μέσης
85	1	μέσης
91	5	ἁφῆς vbi τομῆς
92	10	ὦσι,

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

ΒΙΒΛΙΟΝ ιε'.

Προτάσεις.

α Εἰς τὸν δοθέντα κύβον, πυραμίδα ἐγγεγράψαι.

β Εἰς τὴν δοθεῖσαν πυραμίδα, ὁκτάεδρον ἐγγεγράψαι.

γ Εἰς τὸν δοθέντα κύβον, ὁκτάεδρον ἐγγεγράψαι.

δ Εἰς τὸν δοθέντα, ὁκτάεδρον, κύβον ἐγγεγράψαι.

ε Εἰς τὸν δοθέντα εἰκοσάεδρον, δωδεκάεδρον ἐγγεγράψαι.

Τέλος τῶν τοῦ Εὐκλείδου στοιχείων.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια, πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειαν, οὕτω, ὁ ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ πενταγώνου, καὶ τῆς ἐν τῷ κύκλῳ, τοῦ περὶ τὸ πεντάγωνον κύκλου, ἐπὶ τὴν τοῦ καθέτου ἀπομένης πρὸς ὁ, ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ εἰκοσαέδρου, καὶ τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου, τοῦ περὶ τρίγωνον κύκλου, ἐπὶ αὐτὴν καθέτου ἀγομένης, τὴν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγεγραμμένων, εἰκοσαέδρου καὶ δωδεκαέδρου.

Ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια, πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτως ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ, πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν.

γον τεμνομένης, ἐμεῖζον τμῆμα ἐστὶν, ἡ τῶν δωδεκαέδρου πλευρά.

ιη Τὰς πλευρὰς τῶν πέντε σχημάτων ἐκθέσθαι, καὶ συγκρίναι πρὸς ἀλλήλας.

ΕῪΚΛΕΊΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΊΩΝ ΒΙΒΛΊΟΝ ιδ'.

Προτάσεις.

α Ἡ Ἀπὸ τοῦ κέντρου κύκλου τινὸς, ἐπὶ τὴν τοῦ πεντατώνου πλευρὰν, τοῦ εἰς ἐν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένου, κάθετος ἀγομένη, ἡμίσεια ἐστὶ συναμφοτέρου, τῆς τε ἐκ τοῦ κέντρου, καὶ τῆς τοῦ δεκατώνου, τῶν εἰς τὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

β Ὁ αὐτὸς κύκλος, περιλαμβάνει, τότε τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, καὶ ἐν τῷ εἰκοσαέδρου τρίγωνον, τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαίρας ἐγγραφομένων.

γ Ἐὰν ἡ πεντάγωνον, ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσοτώνιον, καὶ περὶ τοῦτο κύκλος, καὶ ἀπὸ τῶν κέντρου, κάθετος ἐπὶ μίαν πλευρὰν ἀχθῇ. ἐστία κοντάκις ὑπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν, καὶ τῆς καθέτου, ἴσον ἐστὶ, τῇ τῶν δωδεκαέδρου ἐπιφανείᾳ.

ὅλη ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος, δυνάμει διπλασία ἐστὶ, τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀκταέδρου.

ιβ Κύβον συστήσασθαι, καὶ σφαίρα περιλαβεῖν, ἢ καὶ τὰ πρότερα, καὶ δεῖξαι, ὅτι, ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος, δυνάμει τριπλασία ἐστὶ τῆς τοῦ κύβου πλευρᾶς.

ιε Εἰκοσάεδρον συστήσασθαι, καὶ σφαίρα περιλαβεῖν, ἢ καὶ τὰ προειρημένα σχήματα, καὶ δεῖξαι, ὅτι ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐλάττων. Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος, δυνάμει πενταπλασίων ἐστὶ, τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ἀφ' οὗ τὸ εἰκοσάεδρον ἀναγέγραπται.

Καὶ ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος, συγκειται, ἔκ τε τῆς ἑξαγώνου, καὶ τῶν δύο τοῦ δεκαγώνου, τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

ιζ Δωδεκάεδρον συστήσασθαι, καὶ σφαίρα περιλαβεῖν, ἢ καὶ τὰ προειρημένα σχήματα, καὶ δεῖξαι, ὅτι, ἡ τοῦ δωδεκαέδρου πλευρὰ, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἀποτομή. Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι τῆς τοῦ κύβου πλευρᾶς, ἄπορον καὶ μέσον λό-

μα τα, ἰσά ὄσι τῇ τοῦ πεντα ώνου πλευρᾷ.

θ Ἐὰν ἡ τοῦ ἑξα ώνου πλευρὰ, καὶ ἡ τοῦ δεκα-
ώνου εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων,
ζωπεδῶσιμ, ἡ ὅλη διάμετρος ἄκρον καὶ μέσον
λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆ-
μά ἐστιν, ἡ τοῦ ἑξα ώνου πλευρά.

ι Ἐὰν εἰς κύκλον, πεντα ώνον ἰσόπλευρον ἐγ-
γραφῇ, ἡ τοῦ πεντα ώνου πλευρὰ, δύναται
τὸ τε τοῦ ἑξα ώνου, καὶ τὸ τοῦ δεκα ώνου,
τὸν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

ια Ἐὰν εἰς κύκλον, ῥητὸν ἔχοντα τὸ διάμε-
τρον, πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ
τοῦ πεντα ώνου πλευρὰ, ἄλογός ὄστν, ἡ κα-
λουμένη ἐλάσσων.

ιβ Ἐὰν εἰς κύκλον, τρίγωνον ἰσόπλευρον ἐγγρα-
φῇ, ἡ τοῦ τριγώνου πλευρὰ, δυνάμει τρι-
πλασίων ὄσι, τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύ-
κλου.

ιγ Πυραμίδα συστήσασθαι, καὶ σφαῖρα περι-
λαβεῖν τῇ δοθείσῃ, καὶ δεῖξαι, ὅτι ἡ τῆς
σφαίρας διάμετρος, δυνάμει ἡμιολία ὄσι,
τῆς πλευρᾶς τῆς πυραμίδος.

ιδ Ὀκτάεδρον συστήσασθαι, καὶ σφαῖρα περι-
λαβεῖν, ὡς καὶ τὴν πυραμίδα, καὶ δεῖξαι,

γ Ἐὰν εὐθεῖα γραμμή, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ ἔλασσον τμῆμα, προσλαβὼν τὴν ἡμίσειαν τοῦ μείζονος τμήματος, πεντα πλάσιον δύνατο τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας, τοῦ μείζονος τμήματος τετραγώνου.

δ Ἐὰν εὐθεῖα γραμμή, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἐλάττονος τμήματος, τὰ συναμφότερα τετράγωνα, τρι πλάσιά ἐστι, τοῦ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμήματος τετραγώνου.

ε Ἐὰν εὐθεῖα γραμμή, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, καὶ προστεθῇ, ἴση τῷ μείζονι τμήματι, ὅλη ἡ εὐθεῖα, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά ἐστιν, ἡ ἐξ ἀρχῆς εὐθεῖα.

ϛ Ἐὰν εὐθεῖα ῥητὴ, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, ἑκάτερον τῶν τμημάτων, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἀποτομή.

ζ Ἐὰν πεντα γώνου ἰσοπλεύρου, αἱ τρεῖς γωνίαι, ἤτοι αἱ κατὰ τὸ ἑξῆς, ἢ αἱ μὴ κατὰ τὸ ἑξῆς, ἴσαι ὦσιν, ἰσογώνιον ἔσται τὸ πεντάγωνον.

η Ἐὰν πεντα γώνου ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου, τὰς κατὰ τὸ ἑξῆς δύο γωνίας ὑποτείνουσιν εὐθεῖαι, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνουσιν ἀλλήλας, καὶ τὰ μείζονα αὐτῶν τμή-

εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν, στερεὸν πολύπο-
νον ἐγγράψαι μὴ ψαῦον τῆς ἐλάσσονος
σφαίρας, κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν.

ιη Αἱ σφαῖραι, πρὸς ἀλλήλας, ἐν τριπλασίονι
λόγῳ εἰσὶ τῶν ἰδίων διαμέτρων.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Βιβλίον ιγ'.

Προτάσεις.

α Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, ὁ μεῖζον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμίσειαν τῆς ὅλης, πεντάπλασιον δύναται, τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ὅλης.

β Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμήματος ἑαυτῆς, πεντάπλασιον δύνηται, τῆς διπλασίας τοῦ εἰρημένου τμήματος, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, ὁ μεῖζον τμῆμα, ὁ λοιπὸν μέρος ἐστὶ, τῆς ἐξ ἀρχῆς εὐθείας.

σεις ἐχουσῶν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσαι εἰσὶν ἐκεῖναι.

1 Γ ᾶς κῶνος, κυλίνδρου, τρίτον μέρος ἐστὶ, τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ, καὶ ὕψος ἴσον.

1 α Οἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι, καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς αἱ βάσεις.

1 β Οἱ ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροι, ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ, τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

1 γ Ἐὰν κύλινδρος, ἐπιπέδῳ τμηθῇ, παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, ὁ ἄξων, πρὸς τὸν ἄξονα.

1 δ Οἱ ὑπὸ ἴσων βάσεων ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ὕψη.

1 ε Τῶν ἴσων κώνων καὶ κυλίνδρων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις, τοῖς ὕψεσι. Καὶ ὧν κώνων καὶ κυλίνδρων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἰσοί εἰσιν ἐκεῖνοι.

1 ς Δύο κύκλων, περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὄντων, εἰς τὸν μείζονα κύκλον, πολύγωνον, ἰσοπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον ἐγγράψαι, μὴ ψαῦον τοῦ ἐλάσσονος κύκλου.

1 ζ Δύο σφαιρῶν, περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον οὐσῶν,

σιν, οὕτω καὶ τὰ ἐν τῇ μιᾷ πυραμίδι πρί-
σματα πάντα, πρὸς τὰ ἐν τῇ ἑτέρᾳ πυρα-
μίδι πρίσματα πάντα, ἰσοπληθῆ.

ε Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος οὖσαι πυραμίδες, ἃς
τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, πρὸς ἀλλήλας
εἰσὶν, ὡς αἱ βάσεις.

ϛ Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, οὖσαι πυραμίδες, ὧν
πολυγώνους ἔχουσαι βάσεις, πρὸς ἀλλή-
λας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

ζ Πᾶν πρίσμα τρίγωνον ἔχον βάσιν, διαιρεῖται
εἰς τρεῖς πυραμίδας, ἴσας ἀλλήλαις, τριγώ-
νους βάσεις ἐχούσας. Ἐκ δὴ τούτου φα-
νερὸν, ὅτι πᾶσα πυραμὶς, τρίτον μέρος ἐστὶ
τοῦ πρίσματος, τοῦ τὴν βάσιν, τὴν αὐτὴν ἔ-
χοντος αὐτῇ, καὶ ὕψος ἴσον.

η Αἱ ὅμοιαι πυραμίδες, καὶ τριγώνους ἔχου-
σαι βάσεις, ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν
ὁμολόγων πλευρῶν. Ἐκ δὴ τούτου φα-
νερὸν, ὅτι καὶ αἱ πολυγώνους ἔχουσαι βά-
σεις, ὅμοιαι πυραμίδες, πρὸς ἀλλήλας, ἐν
τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ, τῶν ὁμολόγων
πλευρῶν.

θ Τῶν ἴσων πυραμίδων, καὶ τριγώνους βάσεις
ἐχουσῶν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις, τοῖς
ὕψεσι. καὶ ὧν πυραμίδων, τριγώνους βά-

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Βιβλίον ιϛ'.

Προτάσεις.

α Τὰ ἐν τοῖς κύκλοις, ὅμοια πολύγωνα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

β Οἱ κύκλοι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

γ Πᾶσα πυραμὶς, τρίγωνον ἔχουσα βάσιν, διαιρεῖται, εἰς δύο πυραμίδας, ἴσας τε καὶ ὁμοίας ἀλλήλαις τριγώνους βάσεις ἐχούσας, καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ, καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα, καὶ τὰ δύο πρίσματα, μείζονά ἐστιν ἢ ἥμισυ, τῆς ὅλης πυραμίδος.

δ Ἐὰν ὦσι δύο πυραμίδες, [illegible] τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, διαιρεθῇ δὲ ἑκατέρα αὐτῶν, εἴς τε δύο πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις, καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ, καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα, καὶ τῶν γενομένων πυραμίδων ἑκατέρα, ὡσαύτως πρόσωπον, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίνηται, ἔστιν ὡς ἡ τῆς μιᾶς πυραμίδος βάσις, πρὸς τὴν τῆς ἑτέρας πυραμίδος βά

λθ Ἐὰν στερεοῦ παραλληλεπιπέδου, τῶν ἀπεναντίον ἐπιπέδων αἱ πλευραὶ, δίχα τμηθῶσι, διὰ δὲ τῶν τομῶν, ἐπίπεδα ἐκβληθῇ, ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων, καὶ ἡ τοῦ στερεοῦ παραλληλεπιπέδου διάμετρος, δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας.

μ Ἐὰν ἦ δύο πρίσματα ἰσοϋψῆ, καὶ τὸ μὲν ἔχει βάσιν παραλληλόγραμμον, τὸ δὲ τρίγωνον, διπλάσιον δὲ ἦ, τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου, ἴσα ἔσται τὰ πρίσματα.

G

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι, ἐὰν ὦσι δύο γωνίαι ἐπίπεδοι εὐθύγραμμοι ἴσαι, ἐπισχεθῶσι δὲ ἀπ' αὐτῶν μετέωροι εὐθεῖαι ἴσαι, ἴσας γωνίας περιέξουσαι, μετὰ τῶν ἐξ ἀρχῆς εὐθειῶν, ἑκατέραν ἑκατέρα, αἱ ἀπ' αὐτῶν κάθετοι ἀγόμεναι ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα ἐν οἷς εἰσιν, αἱ ἐξ ἀρχῆς γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

λς Ἐὰν ᾖ τρεῖς εὐθεῖαι, ἀνάλογον ὦσι, τὸ ἀπὸ τῶν ἄκρων, στερεὸν παραλληλεπίπεδον, ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς μέσης στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, ἰσοπλεύρῳ μὲν, ἰσογωνίῳ δὲ, τῷ δοθέντι στερεῷ.

λζ Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν παραλληλεπίπεδα, ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ἔσται. καὶ ἐὰν τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεὰ, παραλληλεπίπεδα, ὅμοιά τε, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι, ἀνάλογον ἔσονται.

λη Ἐὰν ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον, ὀρθὸν ᾖ, καὶ ἀπό τινος σημείου τῶν ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων, ἐπί τι ἕτερον ἐπίπεδον, κάθετος ἀχθῇ, εἰς τὴν κοινὴν τομὴν πεσεῖται τῶν ἐπιπέδων, ἡ ἀχθεῖσα κάθετος.

Ἐὰν στερεοῦ

λ γ Τὰ ὅμοια στερεὰ, παραλληλεπίπεδα, πρὸς ἄλληλα, ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ, τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον ὦσιν, ἔσται, ὡς ἡ πρώτη, πρὸς τὴν τετάρτην, οὕτω, καὶ ἀπὸ τῆς πρώτης στερεὸν, παραλληλεπίπεδον, πρὸς καὶ ἀπὸ τῆς δευτέρας, τὸ ὅμοιον, καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον.

λ δ Τῶν ἴσων στερεῶν, παραλληλεπιπέδων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. Καὶ ὧν στερεῶν, παραλληλεπιπέδων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι, ἰσά ἐστιν ἐκεῖνα.

λ ε Ἐὰν ὦσι δύο γωνίαι, ἐπίπεδοι, ἴσαι, ὑπὸ δὲ τῶν κορυφῶν αὐτῶν, μετέωροι εὐθεῖαι, ἐπισταθῶσιν, ἴσας γωνίας περιέχουσαι, μετὰ τῶν ἐξ ἀρχῆς εὐθειῶν, ἑκατέραν ἑκατέρα, ὑπὸ δὲ τῶν μετεώρων, ληφθῇ τυχόντα σημεῖα, καὶ ἀπ' αὐτῶν, ὑπὸ τὰ ἐπίπεδα ἐν οἷς εἰσιν αἱ ἐξ ἀρχῆς γωνίαι, κάθετοι ἀχθῶσιν, ἀπὸ δὲ τῶν γενομένων σημείων, ὑπὸ τῶν καθέτων, ὑπὸ τοῖς ἐπιπέδοις, ὑπὸ τὰς ἐξ ἀρχῆς γωνίας, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἴσας γωνίας περιέξουσι μετὰ τῶν μετεώρων.

κς Γρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ στερεᾷ γωνίᾳ, ἴσην στερεὰν γωνίαν συστήσασθαι.

κζ Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, ὁμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον στερεόν, παραλληλεπιπέδου ἀναγράψαι.

κη Ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον, ἐπιπέδῳ τμηθῇ, κατὰ τὰς ἀπεναντίον, τὴν ἀπεναντίον ἐπιπέδων, δίχα τμηθήσεται, ὁ στερεὸν ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου.

κθ Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ, παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὧν αἱ ἐφεστῶσαι, ἐπὶ τὴν αὐτὴν εἰσὶν εὐθείαν, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

λ Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ, παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ὧν αἱ ὑφεστῶσαι, οὐκ εἰσὶν, ἐπὶ τὴν αὐτὴν εὐθείαν, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

λα Τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα στερεὰ, παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

λβ Τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα στερεὰ, παραλληλεπίπεδα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς αἱ βάσεις.

κ Ἐὰν στερεὰ γωνία, ὑπὸ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχηται, δύο ὁποιαιοῦν, τῆς λοιπῆς, μείζονες εἰσὶ, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

κα Ἅπασα στερεὰ γωνία, ὑπὸ ἐλασσόνων, ἢ τεσσάρων, ὀρθῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχεται.

κβ Ἐὰν ὦσι τρεῖς γωνίαι ἐπίπεδοι, ὧν αἱ δύο, τῆς λοιπῆς, μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, περιέχουσι δὲ αὐτὰς, ἴσαι εὐθεῖαι, δυνατόν ἐστιν, ἐκ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν, τὰς ἴσας εὐθείας, τρίγωνον συστήσασθαι.

κγ Ἐκ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν αἱ δύο, τῆς λοιπῆς, μείζονες εἰσὶ, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, στερεὰν γωνίαν συστήσασθαι. Δεῖ τὰς τρεῖς, τεσσάρων ὀρθῶν ἐλάσσονας εἶναι.

κδ Ἐὰν στερεὸν, ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων περιέχηται, τὰ ὑπεναντίον αὐτῶν ἐπίπεδα, ἴσά τε καὶ παραλληλόγραμμά ἐστι.

κε Ἐὰν στερεὸν, παραλληλεπίπεδον, ἐπιπέδῳ τμηθῇ, παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται ὡς ἡ βάσις, πρὸς τὴν βάσιν, οὕτω τὸ στερεὸν πρὸς τὸ στερεόν.

ιβ. Τῷ δοθείσῃ ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ δοθείσης σημείου, πρὸς ὀρθὰς, εὐθεῖαν γραμμὴν ἀναστῆσαι.

ιγ. Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ σημείου, δύο εὐθεῖαι, πρὸς ὀρθὰς, οὐκ ἀναστήσονται, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

ιδ. Πρὸς αἱ ἐπίπεδα, ἡ αὐτὴ εὐθεῖα, ὀρθή ἐστι, παράλληλά ἐστι, τὰ ἐπίπεδα.

ιε. Ἐὰν δύο εὐθεῖαι, ἅπτόμεναι ἀλλήλων, ὦσιν ἐν δύο ἐπιπέδοις, ἁπτόμεναι ἀλλήλων, ὦσι, μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, παράλληλά ἐστι, τὰ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα.

ις. Ἐὰν δύο ἐπίπεδα παράλληλα, ὑπό ἐπιπέδου τινὸς τέμνηται, αἱ κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ, παράλληλοί εἰσιν.

ιζ. Ἐὰν δύο εὐθεῖαι, ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων τέμνωνται, εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τμηθήσονται.

ιη. Ἐὰν εὐθεῖα, ἐπιπέδῳ τινὶ, πρὸς ὀρθὰς ᾖ, πάντα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπεδα, τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

ιθ. Ἐὰν δύο ἐπίπεδα, τέμνοντα ἄλληλα, ἐπιπέδῳ τινὶ, πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ, τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

λάσσα πρὸς ὀρθὰς, ὅταν τῆς κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ, καὶ τῷ δι' αὐτῆς ἐπιπέδῳ, πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

ε Ἐὰν αἱ δύο εὐθεῖαι, δισὶν εὐθείαις, ἁπτόμεναι ἀλλήλων, πρὸς ὀρθὰς, ὦσιν τῆς κοινῆς τομῆς, ἐπισταθῇ δὲ τις εὐθεῖα, αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι, οὐκ ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ.

ς Ἐὰν δύο εὐθεῖαι, ὦσι τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσι, καὶ ἀλλήλαις ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.

ζ Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι καὶ ἀλλήλαις, ληφθῇ δὲ ἐφ' ἑκατέρας αὐτῶν, τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, οὐ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐστὶ, ταῖς ἀλλήλαις.

η Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἀλλήλαις, ἡ δὲ ἑτέρα αὐτῶν, ἐπιπέδῳ τινὶ, πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ λοιπὴ, τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

θ Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ, καὶ μὴ οὖσαι αὐτῇ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἢ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

ι Ἐὰν δύο εὐθεῖαι, ἁπτόμεναι ἀλλήλων, καὶ δύο εὐθείας, ἁπτομένας ἀλλήλων, ὦσι μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἴσας γωνίας περιέξουσι.

ια Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, μετεώρου, ἐπὶ ἐπίπεδον, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

λοιόν εἰσιν.

Κ ύβος ἐστὶ, σχῆμα στερεὸν, ὑπὸ ἓξ τετραγώνων ἴσων περιεχόμενον.

Τ ετράεδρον ἐστὶ, σχῆμα, ὑπὸ τεττάρων τριγώνων, ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων, περιεχόμενον.

Ο κτάεδρον ἐστὶ, σχῆμα στερεὸν, ὑπὸ ὀκτὼ τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

Δ ωδεκάεδρον ἐστὶ, σχῆμα στερεὸν, ὑπὸ δώδεκα πενταγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον.

Ε ἰκοσάεδρόν ἐστι, σχῆμα στερεὸν, ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων, ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

Προτάσεις.

α Ε ὐθείας γραμμῆς, μέρος μέν τι οὐκ ἔστιν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δέ τι, ἐν τῷ μετεώρῳ.

β Ἐ ὰν δύο εὐθεῖαι, τέμνωσιν ἀλλήλας, ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδω. Καὶ πᾶν τρίγωνον, ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ.

γ Ἐ ὰν δύο ἐπίπεδα, τέμνη ἄλληλα, ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ, εὐθεῖα ἐστί.

δ Ἐ ὰν εὐθεῖα, δύο εὐθείαις τεμνούσαις ἀλλή-

ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, καὶ περιληφθὲν σχῆμα.

Κ ἂν ἡ μένουσα εὐθεῖα, ἴση ᾖ, τῇ λοιπῇ, τῇ περὶ τὴν ὀρθὴν περιφερομένῃ, ὀρθογώνιος ἔσται κῶνος.

Ἐ ἂν δὲ ἐλάττων, ἀμβλυγώνιος.

Ἐ ἂν δὲ μείζων, ὀξυγώνιος.

Ἄ ξων δὲ τοῦ κώνου ἐστὶν, ἡ μένουσα, περὶ ἣν καὶ τρίγωνον στρέφεται.

Β άσις δὲ, ὁ κύκλος, ὁ ὑπὸ τῆς περιφερομένης εὐθείας, γραφόμενος.

Κ ύλινδρος δὲ, ὅταν ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, μενούσης μιᾶς πλευρᾶς, τὴν περὶ τὴν ὀρθὴν, περιενεχθὲν, καὶ παραλληλόγραμμον, εἰς καὶ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, καὶ περιληφθὲν σχῆμα.

Ἄ ξων δὲ τοῦ κυλίνδρου ἐστὶν, ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ ἣν καὶ παραλληλόγραμμον στρέφεται.

Β άσις δὲ, οἱ κύκλοι, οἱ ὑπὸ τῶν ἀπεναντίον περιαγομένων δύο πλευρῶν γραφόμενοι.

Ὅ μοιοι κῶνοι, καὶ κύλινδροί εἰσιν; ὧν οἵ τε ἄξονες, καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων, ἀνά-

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο ἐπιπέδων γωνιῶν περιεχομένη, μὴ οὐσῶν, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων.

Πύραμίς ἐστι, σχῆμα στερεὸν, ἀπὸ ἑνὸς ἐπιπέδου πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνεστός.

Πρίσμα ἐστὶ, σχῆμα στερεὸν, ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ὧν δύο τὰ ἀπεναντίον, ἴσα τε καὶ ὅμοιά ἐστι, καὶ παράλληλα, τὰ δὲ λοιπὰ, παραλληλόγραμμα.

Σφαῖρά ἐστιν, ὅταν ἡμικυκλίου μενούσης τῆς διαμέτρου, περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον, εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

Ἄξων δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ ἣν τὸ ἡμικύκλιον στρέφεται.

Κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶ, τὸ αὐτὸ ὃ καὶ τοῦ ἡμικυκλίου.

Διάμετρος δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, εὐθεῖα τίς, διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη, ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

Κῶνός ἐστιν, ὅταν ὀρθογωνίου τριγώνου, μενούσης πλευρᾶς, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν, περιενεχθὲν τὸ τρίγωνον, εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν

αἱ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων, πρὸς ὀρθὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι, ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων, τῷ λοιπῷ ἐπιπέδῳ, πρὸς ὀρθὰς ὦσιν.

Εὐθείας πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστὶν, ὅταν, ἀπὸ τοῦ μετεώρου πέρατος τῆς εὐθείας, ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου σημείου, καὶ ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ πέρατος τῆς εὐθείας, εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία, ὑπὸ τῆς ἀχθείσης, καὶ τῆς ἐφεστώσης.

Ἐπιπέδου πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστὶν, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία, ὑπὸ τῶν πρὸς ὀρθὰς, τῇ κοινῇ τομῇ, ἀγομένων, πρὸς τῷ αὐτῷ σημείῳ, ἐν ἑκατέρῳ, τῶν ἐπιπέδων.

Ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον, ὁμοίως κεκλίσθαι λέγεται, καὶ ἕτερον πρὸς ἕτερον, ὅταν αἱ εἰρημέναι τῶν κλίσεων γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι.

Παράλληλα ἐπίπεδα ἐστὶ, τὰ ἀσύμπτωτα.

Ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα, ἴσον τὸ πλῆθος.

Ἴσα δὲ καὶ ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα, ἴσων τῷ πλήθει καὶ τῷ μεγέθει.

καὶ οὐδεμία, οὐδεμιᾶ τῶν πρότερον ἡ αὐτή.

ριε Ἡ τῇ ἐλάσσονι σύμμετρος, ἐλάσσων ἐστί.

ρις Ἡ τῇ μεγὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ, σύμμετρος, ἡ μεγὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστι.

ριζ Προκείσθω ἡμῖν δεῖξαι, ὅτι, ὑπὲρ τῶν τετρα χώνων σχημάτων, ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ διάμετρος, τῇ πλευρᾷ, μήκει.

ΕῪΚΛΕΊΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΊΩΝ ΒΙΒΛΊΟΝ ιά.

Ὅ̓ΡΟΙ.

Στερεόν ἐστι, τὸ μῆκος καὶ πλάτος, καὶ βάτος ἔχον.

Στερεοῦ δὲ πέρας, ἐπιφάνεια.

Εὐθεῖα, πρὸς ἐπίπεδον, ὀρθή ἐστιν, ὅταν, πρὸς πάσας, τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας, καὶ οὔσας ἐν τῷ αὐτῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, ὀρθὰς ποιῇ γωνίας.

Ἐπίπεδον, πρὸς ἐπίπεδον, ὀρθόν ἐστιν, ὅταν

νονται, ἤτοι μέση ἀποτομὴ δυτέρα, ἢ μετὰ μέσου, μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

ρι Ἡ ἀποτομὴ, οὐκ ἔστιν ἡ αὐτὴ, τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

ρια Τὸ ἀπὸ ῥητῆς, παρὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων προσβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομήν, ἧς τὰ ὀνόματα, σύμμετρά ἐστι, τοῖς τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων, ὀνόμασι. καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. Καὶ ἔτι ἡ γινομένη ἀποτομὴ, τὴν αὐτὴν ἔχει τάξιν, τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

ριβ Τὸ ἀπὸ ῥητῆς, παρὰ ἀποτομὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνόματα, σύμμετρα τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι. καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. Ἐὰν δὲ ἡ γινομένη ἐκ δύο ὀνομάτων, τὴν αὐτὴν τάξιν ἔχει τῇ ἀποτομῇ.

ριγ Ἐὰν χωρίον περιέχηται, ὑπὸ ἀποτομῆς, καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνόματα, σύμμετρά ἐστι, τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ῥητή ἐστι. Ἐκ δὲ τούτου φανερὸν, ὅτι δυνατόν ἐστι, ῥητὸν μ χωρίον, ὑπὸ ἀλόγων οὐθειῶν περιέχεσθαι.

ριδ Ἡ δὲ μέσης, ἄπειροι ἄλογοι γίνονται, ὧν

ρ Τὸ ἀπὸ τῆς μιᾶς ῥητοῦ, μέσον τ' ὅλον ποιούσης, παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀπτομὴν πρώτην.

ρα Τὸ ἀπὸ τῆς μιᾶς μέσου, μέσον τ' ὅλον ποιούσης, παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀπτομὴν ἑκτήν.

ρβ Ἡ τῇ ἀπτομῇ μήκει σύμμετρος, ἀπτομή ἐστιν. Καὶ τῇ τάξει, ἡ αὐτή.

ργ Ἡ τῇ μέσῃ ἀπτομῇ σύμμετρος, μέσης ἀπτομή ἐστι. Καὶ τῇ τάξει, ἡ αὐτή.

ρδ Ἡ τῇ ἐλάσσονι, σύμμετρος, ἐλάσσων ἐστίν.

ρε Ἡ τῇ μιᾶς ῥητοῦ, μέσον τ' ὅλον ποιούσῃ, σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μιᾶς ῥητῆς, μέσον τ' ὅλον ποιοῦσα ἐστίν.

ρϛ Ἡ τῇ μετὰ μέσου, μέσον τ' ὅλον ποιούσῃ, σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μετὰ μέσου, μέσον τ' ὅλον ποιοῦσά ἐστιν.

ρζ Ἀπὸ ῥητοῦ, μέσου ἀφαιρουμένου, ἡ τ' ὅλον χωρίον δυναμένη, μίαν δύο ἀλόγων γίνεται, ἤτοι ἀπτομὴν, ἢ ἐλάττονα.

ρη Ἀπὸ μέσου ῥητοῦ ἀφαιρουμένου, ἄλλαι δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέσης ἀπτομὴ πρώτη, ἢ μιᾶς ῥητῆς μέσον, τ' ὅλον ποιοῦσα.

ρθ Ἀπὸ μέσου, μέσου ἀφαιρουμένου, ἀσύμμετρον τῷ ὅλῳ, αἱ λοιπαὶ, δύο ἄλογοι γί-

ζα Ἐὰν χωρίον πολυέχηται, ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς δευτέρας, ἡ δὲ χωρίον δυναμένη, μέσης ἀποτομή ἐστι πρώτη.

ζβ Ἐὰν χωρίον πολυέχηται, ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τρίτης, ἡ δὲ χωρίον δυναμένη, μέσης ἀποτομή ἐστι δευτέρα.

ζγ Ἐὰν χωρίον πολυέχηται, ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τετάρτης, ἡ δὲ χωρίον δυναμένη, ἐλάσσονά ἐστι.

ζδ Ἐὰν χωρίον πολυέχηται, ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πέμπτης, ἡ δὲ χωρίον δυναμένη, ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἐστί.

ζε Ἐὰν χωρίον πολυέχηται, ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς ἕκτης, ἡ δὲ χωρίον δυναμένη, μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἐστί.

ζϛ Τὸ ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πρώτην.

ζζ Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς πρώτης, παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν δευτέραν.

ζη Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς δευτέρας, παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τρίτην.

ζθ Τὸ ἀπὸ ἐλάσσονος, παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τετάρτην.

Ἐὰν δὲ ἡ προσαρμόζουσα, σύμμετρος ἦ, τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καὶ ἡ ὅλη, τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνητι, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καλείσθω, ἀποτομὴ δευτέρα.

Ἐὰν δὲ μηδετέρα, σύμμετρος ἦ, τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, ἡ δὲ ὅλη, τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καλείσθω ἀποτομὴ τρίτη.

Πάλιν ἐὰν ἡ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης, μεῖζον δύνητι, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, ἐὰν μὲν ἡ ὅλη, σύμμετρος ἦ, τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καλείσθω ἀποτομὴ τετάρτη.

Ἐὰν δὲ ἡ προσαρμόζουσα, πέμπτη.

Ἐὰν δὲ μηδετέρα, ἕκτη.

Προτάσεις.

ϖ δ Εὑρεῖν τὴν πρώτην ἀποτομήν.

π ε Εὑρεῖν τὴν δευτέραν ἀποτομήν.

π ϛ Εὑρεῖν τὴν τρίτην ἀποτομήν.

π ζ Εὑρεῖν τὴν τετάρτην ἀποτομήν.

π η Εὑρεῖν τὴν πέμπτην ἀποτομήν.

ϖ θ Εὑρεῖν τὴν ἕκτην ἀποτομήν.

ϟ. Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἀποτομή ἐστιν.

σον περιέχουσα.

πα Τῇ ἐλάσσονι, μία μόνον προσαρμόζει δυθεῖα, δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, ποιοῦσα μετὰ τῆς ὅλης, τὸ μὲν ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν παραπῶνον ῥητόν, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν μέσον.

πβ Τῇ μετὰ ῥητοῦ, μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα, μία μόνον προσαρμόζει δυθεῖα, δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης, ποιοῦσα, τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν παραπῶνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ῥητόν.

πγ Τῇ μετὰ μέσου, μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα, μία μόνον προσαρμόζει δυθεῖα, δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα, τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης, ποιοῦσα, τότε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν παραπῶνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τὸ συγκείμενον, ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν, τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν.

Ὅροι.

Ὑποκειμένης ῥητῆς καὶ ἀπροσδιορίστου, ἐὰν μὲν ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται, τοῦ ἀπ' συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, ἡ ὅλη σύμμετρος ἦ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καλείσθω ἀπρόσδιορίστη πρώτη.

ος Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας, εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ, δυνατὸν μὲν ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης, ποιοῦσα, τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν ῥητόν, ἡ λοιπὴ, ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ, μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

οζ Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας, εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ, δυνατὸν μὲν ἀσύμμετρον οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης, ποιοῦσα, τότε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, καὶ τὸ δὶς ὑπ' αὐτῶν μέσον, ἔτι δὲ τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα, ἀσύμμετρα, τῷ δὶς ἀπ' αὐτῶν, ἡ λοιπὴ, ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ, ἡ μετὰ μέσου, μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

οη Τῇ ἀπὸ τομῆς, μία μόνον, προσαρμόζει εὐθεῖα ῥητὴ, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ.

οθ Τῇ μέσης ἀπὸ τομῆς πρώτης, μόνον μία προσαρμόζει, εὐθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης, ῥητὸν περιέχουσα.

π Τῇ μέσης ἀπὸ τομῇ δευτέρᾳ, μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον

μέσα δυναμένη ἐστί.

ο Ῥητοῦ καὶ μέσου συντιθεμένου, τέσσαρες ἄλογοι γίνονται, ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων, ἡ ἐκ δύο μέσων πρώτη, ἡ μείζων, ἡ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

ο α Δύο μέσον, ἀσυμμέτρων ἀλλήλοις, συντιθεμένων, αἱ λοιπαὶ, δύο ἄλογοι γίνοντι, ἥτε ἐκ δύο μέσων δευτέρα, καὶ ἡ δύο μέσα δυναμένη.

ο β Ἐὰν ἀπὸ ῥητῆς, ῥητὴ ἀφαιρεθῆ, δυνάμει μόνον, σύμμετρος οὖσα, τῇ ὅλῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ, ἀποτομή.

ο γ Ἐὰν ἀπὸ μέσης, μέση ἀφαιρεθῆ, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης, ῥητὸν περιέχη, ἡ λοιπὴ, ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ πρώτη.

ο δ Ἐὰν ἀπὸ μέσης, μέση ἀφαιρεθῆ, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης, μέσον περιέχη, ἡ λοιπὴ, ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ, μέσης ἀποτομὴ δευτέρα.

ο ε Ἐὰν ἀπὸ εὐθείας, εὐθεία ἀφαιρεθῆ, δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα, τὸ μὲν ἀπ' αὐτῶν ἅμα ῥητὸν, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν, μέσον, ἡ λοιπὴ, ἄλογός ἐστι. Καλείσθω δὲ ἐλάσσων.

ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτῳ.

ξ Τ ὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων πρώτης, παρὰ ῥητὸν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

ξα Τ ὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων δευτέρας, παρὰ ῥητὸν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

ξβ Τ ὸ ἀπὸ τῆς μείζονος, παρὰ ῥητὸν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

ξγ Τ ὸ ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης, παρὰ ῥητὸν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

ξδ Τ ὸ ἀπὸ τῆς δύο μέσα δυναμένης, παρὰ ῥητὸν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

ξε Ἡ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων μήκει σύμμετρος, καὶ αὐτὴ, ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ, καὶ τῇ τάξει, ἡ αὐτή.

ξϛ Ἡ τῇ ἐκ δύο μέσων μήκει σύμμετρος, ἐκ δύο μέσων ἐστὶ, καὶ τῇ τάξει, ἡ αὐτή.

ξζ Ἡ τῇ μείζονι σύμμετρος, μείζων ἐστὶν.

ξη Ἡ τῇ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ, ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη ἐστίν.

ξθ Ἡ τῇ δύο μέσα δυναμένῃ σύμμετρος, δύο

ὀναμάτων.

νδ Ε᾽ αὐ χωρίον πολυέχηται, ὑπὸ ῥητῆς ἢ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων πρώτη.

νε Ε᾽ αὐ χωρίον πολυέχηται, ὑπὸ ῥητῆς ἢ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη, ἐκ δύο μέσων δευτέρα.

νς Ε᾽ αὐ χωρίον πολυέχηται ὑπὸ ῥητῆς ἢ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη μείζων.

νζ Ε᾽ αὐ χωρίον πολυέχηται ὑπὸ ῥητῆς ἢ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

νη Ε᾽ αὐ χωρίον πολυέχηται, ὑπὸ ῥητῆς, ἢ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη, δύο μέσα δυναμένη. Ε᾽ αὐ εὐθεῖα γραμμὴ, τμηθῇ εἰς αὐτίσα, τὰ ἀπὸ τῶν αὐτῶν τετράωνα, μείζονα ἐστὶ, τῷ δὶς ὑπὸ τῶν αὐτῶν πολυεχομένου ὀρθογωνίου.

νθ Τ ὁ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων, παρὰ ῥητὸν παραβαλόμενον, πλάτος ποιεῖ τὸν

τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ὅλη, ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτη.

Ἐὰν δὲ τὸ ἔλαττον ὄνομα, σύμμετρον ᾖ μήκει, τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρα.

Ἐὰν δὲ μηδέτερον τῶν ὀνομάτων, σύμμετρον ᾖ μήκει, τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτη.

Πάλιν δή, ἐὰν τὸ μεῖζον ὄνομα, τοῦ ἐλάσσονος δυνάμει μεῖζον δύνηται, ᾧ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, ἐὰν μὲν τὸ μεῖζον ὄνομα, σύμμετρον ᾖ μήκει, τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ. καλείσθω, ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτη.

Ἐὰν δὲ τὸ ἔλαττον, πέμπτη.

Ἐὰν δὲ μηδέτερον, ἕκτη.

Προτάσεις.

μζ Εὑρεῖν πῶς ἐκ δύο ὀνομάτων, πρώτου.

μη Εὑρεῖν πῶς ἐκ δύο ὀνομάτων, δευτέραν.

μθ Εὑρεῖν πῶς ἐκ δύο ὀνομάτων, τρίτου.

ν Εὑρεῖν πῶς ἐκ δύο ὀνομάτων, τετάρτου.

να Εὑρεῖν πῶς ἐκ δύο ὀνομάτων, πέμπτου.

νβ Εὑρεῖν πῶς ἐκ δύο ὀνομάτων, ἕκτου.

νγ Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς, καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐκ δύο

πεζῶσι, ποιοῦσα τότε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν πεντατόνων, μέσον, ἢ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔλαττον ἀσύμμετρον, τῷ συγκειμένῳ, ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν πεντατόνων, ἢ ὅλη δύθεσαι, ἄλογός ἐστι. Καλείσθω δὲ, δύο μέσα δυνάμει.

μα Η' ἐκ δύο ὀνομάτων, καθ' ἓν μόνον σημεῖον, διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

μβ Η' ἐκ δύο μέσων πρώτη, καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

μγ Η' ἐκ δύο μέσων δευτέρα, καθ' ἓν μόνος σημεῖον, διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

μδ Η' μείζων, κατὰ τὸ αὐτὸ μόνον σημεῖον, διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

με Η' ῥητὸν καὶ μέσον δυνάμει, καθ' ἓν μόνον σημεῖον, διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

μς Η' δύο μέσα δυνάμει, καθ' ἓν μόνον σημεῖον, διαιρεῖται, εἰς τὰ ὀνόματα.

Ὅροι.

Ὑποκειμένης ῥητῆς, καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων διῃρημένης εἰς τὰ ὀνόματα, ἧς τὸ μεῖζον ὄνομα, τὸ ἐλάττονος, μεῖζον δύναται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, ἐὰν μὲν τὸ μεῖζον ὄνομα, σύμμετρον ᾖ μήκει,

λδ Ε᾽ ὑρεῖν δύο εὐθείας, δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ περιεχόμενον ὑπ᾽ αὐτῶν, ῥητόν, καὶ τὸ ὑπ᾽ αὐτῶν, μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον ᾧ συγκειμένῳ, ἐκ τῶν ἀπ᾽ αὐτῶν τετραγώνων.

λε Ε᾽ αἱ δύο ῥηταὶ, δυνάμει μόνον σύμμετροι, γιγνέσθωσαν, ἡ ὅλη, ἄλογος ἔστω. Καλείσθω δὲ, ἐκ δύο ὀνομάτων.

λς Ε᾽ αἱ δύο μέσαι, δυνάμει μόνον σύμμετροι γιγνέσθωσαν, ῥητὸν περιέχουσαι, ἡ ὅλη, ἄλογος ἔστω. Καλείσθω ὃ, ἐκ δύο μέσων πρώτη.

λζ Ε᾽ αἱ δύο μέσαι, δυνάμει μόνον σύμμετροι, γιγνέσθωσαν, μέσον περιέχουσαι, ἡ ὅλη ἄλογος ἔστω. Καλείσθω ὃ, ἐκ δύο μέσων δευτέρα.

λη Ε᾽ αἱ δύο εὐθεῖαι, δυνάμει ἀσύμμετροι γιγνέσθωσαν, ποιοῦσαι δὲ μὴν συγκείμενον, ἐκ τῶν ἀπ᾽ αὐτῶν τετραγώνων, ῥητὸν, δ᾽ δ᾽ ὑπ᾽ αὐτῶν, μέσον, ἡ ὅλη εὐθεῖα, ἄλογος ἔστω. Καλείσθω δὲ μείζων.

λθ Ε᾽ αἱ δύο εὐθεῖαι, δυνάμει ἀσύμμετροι, γιγνέσθωσαν, ποιοῦσαι, δ᾽ μὲν συγκείμενον, ἐκ τῶν ἀπ᾽ αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, δ᾽ δ᾽ ὑπ᾽ αὐτῶν ῥητὸν, ἡ ὅλη εὐθεῖα, ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ, ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

μ Ε᾽ αἱ δύο εὐθεῖαι, δυνάμει ἀσύμμετροι γιγνέσθωσαν

ἑαυτῇ μήκει.

λ Εὑρεῖν δύο μέσας, δυνάμει μόνον συμμέτρους, ῥητὸν περιεχούσας, ὥστε τὴν μείζονα, τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. Ἐὰν ὦσι τρεῖς εὐθεῖαι, ἐν λόγῳ τινὶ, ἔσται, ὡς ἡ πρώτη, πρὸς τὴν τρίτην, οὕτω, τὸ ὑπὸ τῆς πρώτης, καὶ μέσης, πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς μέσης καὶ ἐλαχίστης.

λα Εὑρεῖν δύο μέσας, δυνάμει μόνον συμμέτρους, μέσον περιεχούσας, ὥστε τὴν μείζονα, τῆς ἐλάττονος, μεῖζον δύνασθαι, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ. Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἄνισα, ἔσται ὡς ἡ εὐθεῖα πρὸς τὴν εὐθεῖαν, οὕτω τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τῆς μείζονος, πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τῆς ἐλάττονος.

λβ Εὑρεῖν δύο εὐθείας, δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, ῥητὸν, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν, μέσον.

λγ Εὑρεῖν δύο εὐθείας, δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν, ῥητόν.

μέσον ἐστίν.

κδ Τὸ ὑπὸ μέζον, μήκει συμμέτρων δύθειῶν, πολυεζόμενον ὀρθογωνίου, μέζον ἐστίν.

κε Τὸ ὑπὸ μέζον, δυνάμει μόνον συμμέτρων, πολυεζόμενον ὀρθογώνιον, ἤτοι ῥητόν, ἢ μέσον ἐστίν.

κς Μέσον, μέζου οὐκ ὑπερέχει ῥητῷ.

κζ Μέσας εὑρεῖν, δυνάμει μόνον συμμέτρους, ῥητὸν πολυεχούσας.

κη Μέσας εὑρεῖν, δυνάμει μόνον συμμέτρους, μέσον πολυεχούσας. εὑρεῖν δύο τετραγώνους ἀεὶ ἀνίσους, ὥστε καὶ τὸν συγκείμενον ἐξ αὐτῶν, εἶναι τετράγωνον. Καὶ φανερὸν ὅτι εὑρηνται πάλιν, δύο τετράγωνοι, ὥστε τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν, εἶναι τετράγωνον.
καὶ εὑρηνται πάλιν δύο τετράγωνοι, ὧν ἡ ὑπεροχὴ, οὐκ ἔστι τετράγωνος.
Εὑρεῖν δύο τετραγώνους ἀεὶ ἀνίσους, ὥστε τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον, μὴ εἶναι τετράγωνον.

κθ Εὑρεῖν δύο ῥητὰς, δυνάμει μόνον συμμέτρους, ὥστε τὸν μείζονα τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνασθαι, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. εὑρεῖν δύο ῥητὰς, δυνάμει μόνον συμμέτρους, ὥστε τὸν μείζονα τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνασθαι, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου

ρῆ μήκει, ἡ μείζων, τῆς ἐλάσσονος μεῖ-
ζον δυνήσεται, τοῦ ἀπὸ ἀσυμμέτρου, ἑαυ-
τῇ. Καὶ ἐὰν ἡ μείζων, τῆς ἐλάσσονος
μεῖζον δυνήσεται, τοῦ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑ-
αυτῇ, τοῦ δὲ τετάρτῳ, τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσο
νος ἴσον, παρὰ τὴν μείζονα παραβλη-
θῆ, ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς ἀσύμμε
τρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκει.

ιθ Τὸ ὑπὸ ῥητῆς μήκει συμμέτρων, κατά τι
να τῶν εἰρημένων τρόπων, εὐθειῶν, περιε
χόμενον ὀρθογώνιον, ῥητόν ἐστιν.

κ Ἐὰν ῥητὸν παρὰ ῥητὴν παραβληθῆ, πλά
τος ποιεῖ, ῥητὴν, καὶ σύμμετρον τῇ παρ'
ἣν παράκειται μήκει.

κα Τὸ ὑπὸ ῥητῆς δυνάμει μόνον συμμέτρων εὐ-
θειῶν, περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἄλογόν
ἐστι. Καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ, ἄλογός ἐστι. Κα
λείσθω δὲ μέση. Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, ἔστιν
ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν, οὕτω δὲ
ἀπὸ τῆς πρώτης, πρὸς δὲ ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν.

κβ Τὸ ἀπὸ μέσης, παρὰ ῥητὴν παραβαλλό-
μενον, πλάτος ποιεῖ, ῥητὴν, καὶ ἀσύμμε-
τρον τῇ παρ' ἣν παράκειται μήκει.

κγ Ἡ τῇ μέσῃ, σύμμετρος, μέση ἐστίν. ἐκ δὲ τού
του φανερὸν ὅτι δὲ τῷ μέσῳ χωρίῳ σύμμετρον

ὃ ὅλον ἑκατέρῳ αὐτῶν, ἀσύμμετρον ἔσται. καὶ ὃ ὅλον, σὺν αὐτῶν, ἀσύμμετρον ἦ, καὶ τὰ ὑξ ἀρχῆς μεγέθη, ἀσύμμετρα ἔσται. Ἐὰν παρά πνα εὐθεῖαν, παραβλη θῇ, παραλληλόγραμμον, ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, ᾧ παραβληθεῖ, ἴσον ὄν, τοῖς ἀπὸ τῶν ἐν τῇ παραβολῇ γενομένων τμημάτων τῇ εὐθείᾳ.

ιζ Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει, τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος, ἴσον παραλληλόγραμμον, παρὰ τὸ μείζονα παραβληθῇ, ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, ᾧ εἰς σύμμετρα, αὐτὸ διαιρῇ, μήκει, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος, μεῖζον δύνήσεται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καὶ ἐὰν ἡ μείζων, τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παραλληλόγραμμον, παρὰ τὸ μείζονα παραβληθῇ, ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς σύμμετρα, αὐτὸ διαιρεῖ μήκει.

ιη Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει, τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος, ἴσον, παρὰ τὸ μείζονα παραβληθῇ, ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, ᾧ εἰς ἀσύμμετρα αὐτὸ δίαι

τον τῷ τετάρτῳ σύμμετρον ἔσται. κἂν δὲ πρῶτον, τῷ δευτέρῳ ἀσύμμετρον ἦ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ, ἀσύμμετρον ἔσται.

ι α Τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ, προσευρεῖν δύο εὐθείας ἀσυμμέτρους, τὴν μὲν μήκει μόνον, τὴν δὲ καὶ δυνάμει.

ι β Τὰ τῷ αὐτῷ μεγέθει σύμμετρα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶ σύμμετρα.

ι γ Ἐὰν ἦ δύο μεγέθη, καὶ τὸ μὲν σύμμετρον ἦ τῷ αὐτῷ, τὸ δὲ ἕτερον, ἀσύμμετρον, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

ι δ Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον ὦσιν, δύνηται δὲ ἡ πρώτη, τῆς δευτέρας μεῖζον, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ τρίτη, τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καὶ ἐὰν ἡ πρώτη, τῆς δευτέρας μεῖζον δύνητι, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ τρίτη, τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσετι, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

ι ε Ἐὰν δύο μεγέθη σύμμετρα συντεθῇ, καὶ τὸ ὅλον, ἑκατέρῳ αὐτῶν, σύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ ὅλον, ἑνὶ αὐτῶν, σύμμετρον ἦ, καὶ τὰ ἐξαρχῆς μεγέθη, σύμμετρα ἔσται.

ι ϛ Ἐὰν δύο μεγέθη ἀσύμμετρα συντεθῇ, καὶ

ι Ἐὰν δύο μεγέθη, πρὸς ἄλληλα, λόγον μὴ ἔχῃ, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

ιθ Τὰ ἀπὸ τῶν μήκει συμμέτρων δυνάμει πλευρὰ τετράγωνα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς, πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ τὰ τετράγωνα, τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχοντα, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς, πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, καὶ τὰς πλευρὰς ἕξει, μήκει συμμέτρους. Τὰ δὲ ἀπὸ τῶν μήκει ἀσυμμέτρων δυνάμει πλευρὰ τετράγωνα, πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς, πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. Καὶ τὰ τετράγωνα, τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχοντα, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς, πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, οὐδὲ τὰς πλευρὰς ἕξει, μήκει συμμέτρους. Καὶ φανερὸν ἔσται ἐκ τῶν δεδειγμένων, ὅτι αἱ μήκει σύμμετροι, πάντως καὶ δυνάμει σύμμετροί εἰσιν. αἱ δὲ δυνάμει σύμμετροι, οὐ πάντως καὶ μήκει. καὶ αἱ μήκει ἀσύμμετροι, οὐ πάντως καὶ δυνάμει ἀσύμμετροί εἰσιν. αἱ δὲ δυνάμει ἀσύμμετροι, πάντως καὶ μήκει.

κ Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη, ἀνάλογον ᾖ, τὸ δὲ πρῶτον τῷ δευτέρῳ, σύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ τρί-

καταμετρῇ, τὸ πρὸς ἑαυτὸ, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

γ Δύο μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ἐὰν μέγεθος, δύο μεγέθη μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει.

δ Τριῶν μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ἐὰν μέγεθος, τρία μεγέθη μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει. ὁμοίως δὲ, καὶ ἐπὶ πολλαπλασίονων τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ληφθήσεται, καὶ τὸ εἰσῆς προχωρήσει.

ε Τὰ σύμμετρα μεγέθη, πρὸς ἄλληλα, λόγον ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν.

ς Ἐὰν δύο μεγέθη, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχῃ, ὃν ἀριθμὸς, πρὸς ἀριθμὸν, σύμμετρα ἔσται. Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ἐὰν ὦσι δύο ἀριθμοὶ, καὶ εὐθεῖα, δυνατόν ἐστι ποιῆσαι, ὡς τὸν ἀριθμὸν, πρὸς τὸν ἀριθμὸν, οὕτως τὴν εὐθεῖαν, πρὸς εὐθεῖαν. καὶ ὡς τὸν ἀριθμὸν, πρὸς ἕνα ἀριθμὸν, οὕτω δὲ ἀπὸ τῆς εὐθείας, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς εὐθείας.

ζ Τὰ ἀσύμμετρα μεγέθη, πρὸς ἄλληλα, λόγον οὐκ ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν.

πλήθει ἄπειροι, σύμμετροί τε καὶ ἀσύμμετροι. αἱ μὲν, μήκει καὶ δυνάμει, αἱ δὲ, δυνάμει μόνον. Καλείσθω δὴ, ἡ μὲν πεπεθεῖσα ῥητή. Καὶ αἱ ταύτῃ σύμμετροι, εἴτε μήκει καὶ δυνάμει, εἴτε δυνάμει μόνον, ῥηταί. αἱ δὲ ταύτῃ ἀσύμμετροι, ἄλογοι καλείσθωσαν.

Κ αἱ ὑπὸ μὲν ἀπὸ τῆς προτεθείσης ῥητῆς καὶ τετραγώνου, ῥητόν.

Κ καὶ τὰ τούτῳ σύμμετρα, ῥητά.

Τ τὰ δὲ τούτῳ ἀσύμμετρα, ἄλογα καλείσθω.

κ καὶ αἱ δυνάμεναι αὐτὰ, ἄλογοι, εἰ μὲν τετραγώνῳ ἴσα εἴη, αὐταὶ αἱ πλευραὶ, εἰ δὲ ἕτερα εὐθύγραμμα, αἱ ἴσα αὐτοῖς τετράγωνα, ἀναγραφόμεναι.

Προτάσεις.

α Δύο μεγεθῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἐὰν ἀπὸ τοῦ μείζονος, ἀφαιρεθῇ μεῖζον, ἢ ἥμισυ, καὶ τοῦ καταλειπομένου, μεῖζον ἢ ἥμισυ, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίγνηται, λειφθήσεταί τι μέγεθος, ὅ ἐστιν ἔλασσον ἐκκειμένου ἐλάσσονος μεγέθους.

β Ἐὰν δύο μεγεθῶν ἐκκειμένων ἀνίσων, ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, μηδέποτε

λς Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ, ἐξῆς ἀνπεθῶσιν, ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, ἕως οὗ, ὁ σύμπας ὠνπεθεὶς, πρῶτος γένηται, καὶ ὁ σύμπας ὧν ἕνὶ ἔλαττον πολλαπλασιαθεὶς, ποιῇ τινὰ, ὁ γενόμενος, τέλειον ἔσται.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛΙΟΝ Ι'.

Ὅροι.

Σύμμετρα μεγέθη λέγεται, τὰ τοῦ αὐτοῦ μέτρου μετρούμενα.

Ἀσύμμετρα δέ, ὧν μηδὲν ἐνδέχεται, κοινὸν μέτρον γενέσθαι.

Εὐθεῖαι δυνάμει σύμμετροί εἰσι, ὅταν, τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα, τοῦ αὐτοῦ χωρίου μετρῶνται.

Ἀσύμμετροι δέ, ὅταν, τοῖς ἀπ' αὐτῶν τετραγώνοις, μηδὲν ἐνδέχηται χωρίον, κοινὸν μέτρον γενέσθαι.

Τούτων ὑποκειμένων, δείκνυται, ὅτι τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ, ὑπάρχουσιν εὐθεῖαι,

κη Ἐὰν πολλαπλασιάσας ἀριθμὸς, ἄρτιον πολλαπλασιάσας, ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος, ἄρτιος ἔσται.

κθ Ἐὰν πολλαπλασιάσας ἀριθμὸς, πολλαπλασιάσας τὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας, ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος πολλαπλασιάσας ἔσται.

λ Ἐὰν πολλαπλασιάσας ἀριθμὸς, ἄρτιον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ τὸν ἥμισυ αὐτοῦ μετρήσει.

λα Ἐὰν πολλαπλασιάσας ἀριθμὸς, πρός τινα ἀριθμὸν, πρῶτος ᾖ, καὶ πρὸς τὸν διπλασιασμὸν αὐτοῦ πρῶτος ἔσται.

λβ Τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν, ἑκάστις ἄρτιός ἐστι μόνον.

λγ Ἐὰν ἀριθμὸς, τὸν ἥμισυ ἔχῃ πολλαπλασιάσας, ἑκάστις πολλαπλασιάσας ἐστὶ μόνον.

λδ Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς, μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ᾖ, μήτε τὸν ἥμισυ ἔχῃ πολλαπλασιάσας, ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι, καὶ ἀρτιάκις πολλαπλασιάσας.

λε Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ, ἑξῆς ἀνάλογον, ἀφαιρεθῶσι δὲ ἀπό τε τοῦ δευτέρου καὶ τοῦ ἐσχάτου, ἴσος ᾖ τῷ πρώτῳ, ἔσται ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ, πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ, πρὸς ἅπαντας τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ.

Ἐὰν

ρον, οὕτως ὁ ζίτος πρὸς ἄλλον ζυγά.

ιη Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι, εἰ δυνατόν ἐστιν, αὐτοῖς, τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

ιθ Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι, εἰ δυνατόν ἐστιν, αὐτοῖς, τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

κ Οἱ πρῶτοι ἀριθμοὶ, πλείους εἰσὶ, παντὸς τοῦ προτεθέντος πλήθους πρώτων ἀριθμῶν.

κα Ἐὰν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁσουσιοῦν ζυμπεθῶσιν, ὁ ὅλος, ἄρτιος ἐστίν.

κβ Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁσουσιοῦν ζυμπεθῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν, ἄρτιον ᾖ, ὁ ὅλος ἄρτιος ἔσται.

κγ Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁσουσιοῦν ζυμπεθῶσι, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν, περισσὸν ᾖ, καὶ ὅλος περισσὸς ἔσται.

κδ Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ, ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς, ἄρτιος ἔσται.

κε Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ, περισσὸς ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς, περισσὸς ἔσται.

κς Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ, περισσὸς ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

κζ Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ, ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς, περισσὸς ἔσται.

ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

ιϛ Ἐὰν ἀπὸ μονάδος, ὁποσιοιοῦν ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ὦσιν, ὑφ' ὅσων ἂν ὁ ἔσχατος πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, κατὰ τὴν αὐτὴν, καὶ ὁ πρὸ τοῦ μονάδα, μετρηθήσεται.

ιγ Ἐὰν ἀπὸ μονάδος, ὁποσιοιοῦν ἀριθμοὶ, ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα, πρῶτος ᾖ, ὁ μείζονος, ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται, πάρεξ τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

ιδ Ἐὰν ἐλάχιστος ἀριθμὸς, κατὰ πρώτων ἀριθμῶν, μετρῆται, ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου πρώτου ἀριθμοῦ, μετρηθήσεται, πάρεξ τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρούντων.

ιε Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ, ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ἐλάχιστοι, τῶν πρὸς αὐτὸν λόγον ἐχόντων, αὐτοῖς, δύο ὁποιοιοῦν συντιθέντες, πρὸς τὸν λοιπὸν, πρῶτοί εἰσιν.

ιϛ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται, ὡς ὁ πρῶτος, πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ δεύτερος πρὸς ἄλλον τινά.

ιζ Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτε-

η Ἐὰν ἀπὸ μονάδος, ὁποσιοῦν ἀριθμοὶ, ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος, τετράγωνός ἐστι. Καὶ οἱ σὺν αὐτοῖς ἁπάντες. Ὁ δὲ τέταρτος, κύβος, καὶ οἱ δύο ἁπάντες. Ὁ δὲ ἕβδομος, κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος, καὶ οἱ σὺν αὐτῷ ἁπάντες.

θ Ἐὰν ἀπὸ μονάδος, ὁποσιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα, τετράγωνος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες, τετράγωνοι ἔσονται. Καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα, κύβος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες, κύβοι ἔσονται.

ι Ἐὰν ἀπὸ μονάδος, ὁποσιοῦν ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα, μὴ ᾖ τετράγωνος, οὐδὲ εἷς οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται, χωρὶς τοῦ ἑνὸς ἀπὸ τῆς μονάδος, καὶ τοῦ σὺν αὐτοῖς ἁπάντων. Καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα, κύβος μὴ ᾖ, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς, κύβος ἔσται, χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος, καὶ τοῦ σὺν αὐτοῖς ἁπάντων.

ια Ἐὰν ἀπὸ μονάδος, ὁποσιοῦν ἀριθμοὶ, ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐλάττων, τὸν μείζονα μετρῇ, κατά τινα τῶν ὑπαρχόντων ἐν αὐτοῖς

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ
Βιβλίον θ'.

Προτάσεις.

α ΕΑΝ δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ, πολλαπλασιάζοντες ἀλλήλους, ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος, τετράγωνος ἔσται.

β Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, πολλαπλασιάζοντες ἀλλήλους, ποιῶσι τετράγωνον, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν.

γ Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς, ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος, κύβος ἔσται.

δ Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς, κύβον ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας, ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος, κύβος ἔσται.

ε Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς, ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας, κύβον ποιῇ, καὶ ὁ πολλαπλασιασθεὶς, κύβος ἔσται.

ϛ Ἐὰν ἀριθμὸς, ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται.

ζ Ἐὰν σύνθετος ἀριθμὸς, ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας, ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος, στερεὸς ἔσται.

κδ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, πρὸς ἀλλήλους, λόγον ἔχωσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς, πρὸς τετράγωνον ἀριθμὸν, ὁ δὲ πρῶτος, τετράγωνος ἦ, καὶ ὁ δεύτερος, τετράγωνος ἔσται.

κε Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς, πρὸς κύβον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ἦ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται.

κς Οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ, πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς, πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.

κζ Οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ, πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς, πρὸς κύβον ἀριθμόν.

μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ πεντάγωνος, τὸν πεντάγωνον μετρήσει.

ιζ Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς, κύβον ἀριθμὸν, μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ, τὴν πλευρὰν μετρήσει. Κἂν ἡ πλευρὰ, τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

ιη Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν, εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός. Καὶ ὁ ἐπίπεδος πρὸς τὸν ἐπίπεδον, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ, πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

ιθ Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν, δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. Καὶ ὁ στερεὸς, πρὸς τὸν ὅμοιον στερεὸν, τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ ὁμόλογος πλευρὰ, πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

κ Ἐὰν δύο ἀριθμῶν, εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ ἀριθμὸς, ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἔσονται ἀριθμοί.

κα Ἐὰν δύο ἀριθμῶν, δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν ἀριθμοί

κβ Ἐὰν ᾖς ἀριθμοὶ, ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος, τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ τρίτος τετράγωνος ἔσται.

κγ Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ, ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ τέταρτος, κύβος ἔσται.

λογόν ἐστιν ἀριθμός. Καὶ ὁ τετράγωνος, πρὸς τὸν τετράγωνον, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ πλευρὰ, πρὸς τὴν πλευράν.

ιβ Δύο κύβων ἀριθμῶν, δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί. καὶ ὁ κύβος πρὸς τὸν κύβον, τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

ιγ Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ, ἐξῆς ἀνάλογον, καὶ πολλαπλασιάσας ἕκαστος ἑαυτὸν, ποιῇ τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, ἀνάλογον ἔσονται. Καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς, τοὺς γενομένους πολλαπλασιάζοντες, ποιῶσί τινας, καὶ αὐτοὶ, ἀνάλογον ἔσονται. καὶ ἀεὶ περὶ τοῦ ἄκρου τοῦτο συμβαίνει.

ιδ Ἐὰν τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ, τὴν πλευρὰν μετρήσει. Καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ, τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος, τὸν τετράγωνον μετρήσει.

ιε Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς, κύβον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ, τὴν πλευρὰν μετρήσει. Καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος, τὸν κύβον μετρήσει.

ις Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς, τετράγωνον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ, τὴν πλευρὰν μετρήσει. κἂν ἡ πλευρὰ, τὴν πλευρὰν

ὁ δὲ πρῶτος, τὸν δεύτερον μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς, οὐδένα μετρήσει.

ζ Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ, ἐξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος, τὸν ἔσχατον μετρῇ, καὶ τὸν δεύτερον μετρήσει.

η Ἐὰν δύο ἀριθμῶν μιᾷ κατὰ σύνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μιᾷ κατὰ σύνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι, καὶ εἰς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς, μιᾷ κατὰ σύνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

θ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ εἰς αὐτοὺς μιᾷ κατὰ σύνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μιᾷ κατὰ σύνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρα αὐτῶν μονάδος ἐξῆς μιᾷ κατὰ σύνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

ι Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ☉ μονάδος μιᾷ κατὰ σύνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὅσοι ἑκατέρου αὐτῶν, ☉ μονάδος ἐξῆς μιᾷ κατὰ σύνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι ☉ εἰς αὐτοὺς μιᾷ κατὰ σύνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

ια Δύο τετραγώνων ἀριθμῶν, εἷς μέσος ἀνά-

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Βιβλίον η'.

Προτάσεις.

α ΕΑΝ ὦσιν ὁσοιδήποτε ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, ἐλάχιστοί εἰσι, τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

β Ἀριθμοὺς δυρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον, ἐλαχίστους, ὁσουσδηποτοῦν πλήθει λόγῳ. Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ἐὰν ᾖς ἀριθμοὶ, ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι ὦσι, τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν, πρῶτοί εἰσιν. Ἐὰν δὲ πέσσαρες, κύβοι.

γ Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδιοῦν ἀριθμοὶ, ἑξῆς ἀνάλογον, ἐλάχιστοι, τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων, αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

δ Λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐλαχίστους ἀριθμοῖς, ἀριθμοὺς δυρεῖν ἑξῆς ἐλαχίστους ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις.

ε Οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ, πρὸς ἀλλήλους, λόγον ἔχουσι, τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

ς Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδιοῦν ἀριθμοὶ, ἑξῆς ἀνάλογον,

αὐτοῖς.

λ5 Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

λζ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, ἀριθμόν τινα μετρῶσι, καὶ ὁ ἐλάχιστος, ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος, τὸν αὐτὸν μετρήσει.

λη Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

λθ Ἐὰν ἀριθμός, ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, ὁ μετρούμενος, ὁμώνυμον μέρος ἔξει, τῷ μετροῦντι.

μ Ἐὰν ἀριθμὸς, μέρος ἔχῃ ὁποιουοῦν, καὶ ὁμώνυμον ἀριθμὸν μετρηθήσεται, τῷ μέρει.

μα Ἀριθμὸν εὑρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν, ἕξει τὰ δοθέντα μέρη.

ὦσι, καὶ πολλαπλασιάσας ἑκάτερος ἑαυτόν, ποιῆ τινα, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. κἂν οἱ ἐξ ἀρχῆς, τοὺς γινομένους πολλαπλασιάσαντες, ποιῶσί τινας, κἀκεῖνοι, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. Καὶ ἀεὶ, περὶ τοὺς ἄκρους, τοῦτο συμβαίνει.

λ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ συναμφότερος, πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν, πρῶτος ἔσται: καὶ ἐὰν συναμφότερος, πρὸς ἕνα τινὰ αὐτῶν, πρῶτος ᾖ, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

λα Ἅπας πρῶτος ἀριθμὸς, πρὸς ἅπαντα ἀριθμὸν, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν.

λβ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν, μετρεῖ τις πρῶτος ἀριθμὸς, καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει.

λγ Ἅπας σύνθετος ἀριθμὸς, ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

λδ Ἅπας ἀριθμὸς, ἤτοι πρῶτός ἐστιν, ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

λε Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν, εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους, τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων

κβ Ἐὰν ὦσι τρεῖς ἀριθμοί, καὶ ἄλλοι, αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενοι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ δὲ τεταραγμένη, αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ διίσου, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

κγ οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ, ἐλάχιστοί εἰσι, τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

κδ Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ, τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

κε Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ τὸν ἕνα αὐτῶν, μετρῶν, ἀριθμός, πρὸς τὸν λοιπόν, πρῶτος ἔσται.

κϛ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, πρός τινα ἀριθμόν, πρῶτοι ὦσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος, πρὸς τὸν αὐτὸν, πρῶτος ἔσται.

κζ Ἐὰν δύο ἀριθμοί, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν, γενόμενος, πρὸς τὸν λοιπὸν, πρῶτος ἔσται.

κη Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, πρὸς δύο ἀριθμοὺς, ἀμφότεροι, πρὸς ἑκάτερον, πρῶτοι ὦσι, καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γενόμενοι, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

κθ Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους

ιζ Ἐὰν ἀριθμὸς, δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας, ποιῇ τινὰς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, τὸν αὐτὸν λόγον ἕξουσι πολλαπλασιαθέντες.

ιη Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάζοντες, ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, τὸν αὐτὸν ἕξουσι λόγον, τοῖς πολλαπλασιάσασι.

ιθ Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ τετάρτου, γινόμενος ἀριθμὸς, ἴσος ἔσται, τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου γινομένῳ ἀριθμῷ. Καὶ ἐὰν ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ τετάρτου, γινόμενος ἀριθμὸς, ἴσος ᾖ, τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ἔσονται.

κ Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἀπὸ τοῦ ἄκρου, ἴσος ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. Ἐὰν δὲ ὁ ἀπὸ τοῦ ἄκρου, ἴσος ᾖ, τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ἔσονται.

κα Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ, τῶν, τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, μετροῦσι, τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς, ἰσάκις, ὅτε μείζων, τὸν μείζονα, καὶ ὁ ἐλάττων, τὸν ἐλάττονα.

ι Ἐὰν ἀριθμὸς, ἀριθμοῦ, μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου, τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ σύμμετρος, ἃ μέρη ἐστὶν, ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου, ἢ μέρος.

ια Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθεὶς πρὸς ἀφαιρεθέντα, καὶ ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλος, πρὸς ὅλον.

ιβ Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ, ἀνάλογον, ἔσται ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων, πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι, πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους.

ιγ Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ὦσι, καὶ σύμμετρος, ἀνάλογον ἔσονται.

ιδ Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ, καὶ ἄλλοι, αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος, σύμδυο λαμβανόμενοι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

ιε Ἐὰν μονὰς, ἀριθμόν τινα μετρῇ, ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς, ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ σύμμετρος, ἰσάκις ἡ μονὰς, τὸν τρίτον ἀριθμὸν μετρήσει, καὶ ὁ δεύτερος, τέταρτον.

ις Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους, ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται.

ὅπ ἐαν ἀριθμὸς ἀριθμοὺς τρεῖς μέρη, καὶ ὁ μέσον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει.

δ Πᾶς ἀριθμὸς, παντὸς ἀριθμοῦ, ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ἢ οὐ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη.

ε Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ εἷς τοῦ εἷς.

ϛ Ἐὰν ἀριθμὸς, ἀριθμοῦ, μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος, ἑτέρου, τὰ αὐτὰ μέρη ᾖ, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ εἷς τοῦ εἷς.

ζ Ἐὰν ἀριθμὸς, ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

η Ἐὰν ἀριθμὸς, ἀριθμοῦ, μέρη ᾖ, ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

θ Ἐὰν ἀριθμὸς, ἀριθμοῦ, μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου, τὸ αὐτὸ μέρος, καὶ ἀνάλλαξ, ὁ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη, ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου.

Κύβος δέ, ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις. Ἢ ὁ ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

Ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν, ὅταν ὁ πρῶτος τοῦ δευτέρου, καὶ ὁ τρίτος τοῦ τετάρτου, ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιος, ἢ τὸ αὐτὸ μέρος, ἢ τὰ αὐτὰ μέρη.

Ὅμοιοι ἐπίπεδοι καὶ στερεοὶ ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς.

Τέλειος ἀριθμός ἐστιν, ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν.

Προτάσεις.

α Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, ὁ λοιπὸς μηδέποτε καταμετρῇ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως οὗ λειφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

β Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. Ἐὰν δὴ τοῦτο φανερὸν, ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν, κοινὸν μέτρον μετρήσει.

γ Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν. Ἐὰν δὴ τούτων, φανερὸν

ειθμοῦ μετρούμενος, καὶ ἄρτιον ἀριθμόν.

Περισσάκις δὲ ἄρτιός ἐστιν ἀριθμός, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ, μετρούμενος, κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν.

Πρῶτος ἀριθμός ἐστιν, ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος.

Πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

Σύνθετος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἀριθμῷ τινι μετρούμενος.

Σύνθετοι δὲ πρὸς ἀλλήλους, ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀριθμῷ τινι μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

Ἀριθμὸς ἀριθμὸν, πολλαπλασιάζειν λέγεται, ὅταν, ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηταί τις.

Ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ, πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους, ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος, ἐπίπεδος καλεῖται. Πλευραὶ δὲ αὐτοῦ, οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

Ὅταν δὲ ϛερεὸς ἀριθμοὶ, πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους, ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος, ϛερεὸς καλεῖται. Πλευραὶ δὲ αὐτοῦ, οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀριθμοί.

Τετράγωνος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἰσάκις ἴσος. Ἢ ὁ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

τε πρὸς ταῖς περιφερείαις, ὦσι βεβηκῆαι. Ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς, ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι.

ΕΥ'ΚΛΕΙ'ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ'ΩΝ

Βιβλίον ζ'.

Ὅ'ΡΟΙ.

Μονάς ἐστι, καθ' ἣν ὃ ἕκαστον τῶν ὄντων, ἓν λέγεται.

Ἀριθμὸς δὲ, τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.

Μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ, ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα. Μέρη δὲ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.

Πολλαπλάσιος δὲ, ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρεῖται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

Ἄρτιος δὲ ἀριθμός ἐστιν, ὁ δίχα διαιρούμενος.

Περιττὸς δὲ, ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα. Ἢ ὁ μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ.

Ἀρτιάκις ἄρτιος, ἀριθμός ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ, μετρούμενος, κατ' ἄρτιον ἀριθμόν.

Ἀρτιάκις δὲ περισσός ἐστιν, ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀ-

δ διδόμενον εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν, μεῖζον εἶναι, τὸ ἀπὸ τ ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τ ἡμισείας, καὶ ᾧ δεῖ, ὅμοιον ἐλλείπειν.

κθ Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον, παραβαλεῖν, ὑπερβάλλον εἴδει, παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

λ Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τετμημένην, ἄκρον, καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

λα Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τ ἀπὸ τῆς, τὴν ὀρθὴν γωνίαν, ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος, ἴσον ἐστὶ, τοῖς ἀπὸ τῶν, τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι, τοῖς ὁμοίοις, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένοις.

λβ Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ, κατὰ μίαν γωνίαν, τὰς δύο πλευρὰς, ταῖς δυσὶ πλευραῖς, ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε, τὰς ὁμολόγως αὐτῶν πλευρὰς, καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τ τριγώνων πλευραὶ, ἐπ' εὐθείας ἔσονται.

λγ Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ γωνίαι, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι, ταῖς περιφερείαις ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν

κγ Τὰ ἰσωνία παραλληλόγραμμα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

κδ Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστι, τῷ τε ὅλῳ, καὶ ἀλλήλοις.

κε Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

κς Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου, παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ, ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ, καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

κζ Παντῶν, τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι, παραλληλογράμμοις, ὁμοίοις τε, καὶ ὁμοίως κειμένοις, τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ, μέγιστόν ἐστι, τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείματι.

κη Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλείπον εἴδει, παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. Δεῖ δὴ

ιη Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ὁμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

ιθ Τὰ ὅμοια τρίγωνα, πρὸς ἄλληλα, εἰς διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ, τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ἂν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη, πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς ἀπὸ τῆς δευτέρας, ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον.

κ Τὰ ὅμοια πολύγωνα, εἰς τὰ ὅμοια τρίγωνα, διαιρεῖται, καὶ εἰς ἴσα τε πλήθει, καὶ ὁμόλογα, τοῖς ὅλοις, ὧν τε πολύγωνον, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ, πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

κα Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

κβ Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον ὦσιν, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα, ὅμοιά τε, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ἔσται. Κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα, ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι, ἀνάλογον ἔσονται.

θασιν αἱ πλευραὶ, αἱ πρὸς τὰς ἴσας γωνίας. καὶ ὧν παραλληλογράμμων, μίαν μιᾶ ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις.

ιβ Τῶν ἴσων, καὶ μίαν μιᾶ, ἴσην ἐχόντων γωνίαν, τετραγώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. καὶ ὧν μίαν, μιᾶ, ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις.

ιγ Ἐὰν πέντε εὐθεῖαι, ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ, τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων, περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ, τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ πέντε εὐθεῖαι, ἀνάλογον ἔσονται.

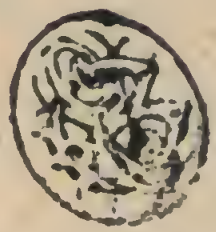
ιδ Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι, ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ. Καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ, τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι, ἀνάλογον ἔσονται.

τρίγωνα, καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς, αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

ζ Ἐὰν δύο τρίγωνα, μίαν γωνίαν, μιᾷ γωνίᾳ, ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τὴν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν, ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα, ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει, τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

η Ἐὰν εἰς ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας, ἐπὶ τὴν βάσιν, κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα, ὅμοιά ἐστι, τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

θ Τῆς δοθείσης εὐθείας, τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.



ι Τῷ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἄτμητον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ, ὁμοίως τεμεῖν.

ια Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτῃ ἀνάλογον προσευρεῖν.

ιβ Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

ιγ Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον, προσευρεῖν.

ιδ Τῶν ἴσων τε, καὶ μίαν μιᾷ ἴσην, ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόν-

τὰς τῶ τριπώνου πλευρὰς. Καὶ ἐὰν αἱ τῶ τριπώνου πλευραὶ, ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς, ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριπώνου πλευρᾶς, παράλληλος.

γ Ἐὰν τριπώνου γωνία, δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν, εὐθεῖα, τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὴν τῆς βάσεως, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ταῖς λοιπαῖς, τῶ τριγώνου πλευραῖς. Καὶ ἐὰν τὴν τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, ταῖς λοιπαῖς τῶ τριπώνου πλευραῖς, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, δίχα τέμνει τὴν τῶ τριγώνου γωνίαν.

δ Τῶν ἰσογωνίων τριπώνων, ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. Καὶ ὁμόλογοι, αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας, ὑποτείνουσαι πλευραί.

ε Ἐὰν δύο τρίγωνα, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ ἴσα ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς, αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

ς Ἐὰν δύο τρίγωνα, μίαν γωνίαν, μιᾶ γωνίᾳ, ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται, τὰ

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ
Βιβλίον ϛ'.

Ὅροι.

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς, ἀνάλογον.

Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἑκατέρω τῶν σχημῶν, ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.

Ἄκρον καὶ μέσον λόγον, εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ἦ, ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον.

Ὕψος ἐστὶ παντὸς σχήματος, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν, κάθετος ἀγομένη.

Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες, ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι, ποιῶσί τινα λόγον.

Προτάσεις.

α Τὰ τρίγωνα, καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς αἱ βάσεις.

β Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ,

πρὸ πλήθους, σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἀναλογία, δίδου δὲ τοῦ πρώτου τοῦ τρίτου μεῖζον ἦ, καὶ τοῦ τετάρτου, τοῦ ἕκτου, μεῖζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλασσον, ἔλασσον.

κβ Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δίδου, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

κγ Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δίδου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

κδ Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ, καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ ἕκτον, πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθέν, πρῶτον καὶ πέμπτον, πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

κε Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη, ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον, καὶ τὸ ἐλάχιστον, δύο τῶν λοιπῶν μείζονα ἔσται.

λόγον, ἡ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὃ δὲ πρῶτος τοῦ τρίτου, μεῖζον ἦ, καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου, μεῖζον ἔσται. Κἂν ἴσον, ἴσον. κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

ιε Τὰ μέρη, τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ληφθέντα κατάλληλα.

ις Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη, ἀνάλογον ἦ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται.

ιζ Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη, ἀνάλογον ἦ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

ιη Ἐὰν διηρημένα μεγέθη, ἀνάλογον ἦ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

ιθ Ἐὰν ἦ, ὡς ὅλον, πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν, πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν, πρὸς τὸ λοιπόν, ἔσται ὡς ὅλον πρὸς ὅλον. Ἐκδὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ἦ, καὶ ἀναστρέψαντι ἀνάλογον ἔσται.

κ Ἐὰν ἦ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, διίσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ἦ, ἢ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου, μεῖζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλασσον, ἔλασσον.

κα Ἐὰν ἦ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα

η Τῶν αὐτῶν μεγεθῶν, ὃ μεῖζον πρὸς ὃ αὐτό, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὃ ἔλαττον. καὶ ὃ αὐτὸ, πρὸς ὃ ἔλαττον, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

θ Τὰ πρὸς ὃ αὐτὸ, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. Καὶ πρὸς ἃ, ὃ αὐτὸ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ ἐκεῖνα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

ι Τῶν πρὸς ὃ αὐτὸ, λόγον ἐχόντων, ὃ τὸν μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι. Πρὸς ὃ δὲ, ὃ αὐτὸ, μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττον ἐστί.

ια Οἱ τῷ αὐτῷ λόγῳ λόγοι οἱ αὐτοὶ, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

ιβ Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων, πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα, πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

ιγ Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον, μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον, ᾖ πρῶτον πρὸς δεύτερον, μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

ιδ Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἔχῃ

πρὸν ἑκατέρου, ἰσάκις ἔσαι πολλαπλάσιον, ὁ μὲν τοῦ δευτέρου, ὁ δὲ τοῦ τετάρτου.

δ Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον; καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια, τοῦ τε πρώτου, καὶ τρίτου, πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου, καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ληφθέντα κατάλληλα. Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι, ἐὰν τέσσαρα μεγέθη, αὐτάλλογον ᾖ, καὶ αὐτάλλογον ἔσαι.

ε Ἐὰν μέγεθος μεγέθους, ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν, ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ, ἰσάκις ἔσαι πολλαπλάσιον, ὅσα πλάσιόν ἐστι, τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

ϛ Ἐὰν δύο μεγέθη, δύο μεγεθῶν, ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ, τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς, ἤτοι ἴσα ἐστὶν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

ζ Τὰ ἴσα, πρὸς τὸ αὐτὸ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων, ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος, γίνεται, ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, ὑπούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν, ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἄλλο τι πρὸς ἡγούμενον.

προτάσεις.

α Ἐὰν ᾖ ὁποσοσῶν μεγέθη, ὁποσαοῦν μεγεθῶν ἴσα τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου, ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὅσα πλάσιόν ἐστιν, ἐν τῇ μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται, καὶ τὰ πάντα, τῶν πάντων.

β Ἐὰν πρῶτον, δευτέρου, ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου, ἰσάκις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ ζωτελὲς, πρῶτον, καὶ πέμπτον, δευτέρου, ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον, τετάρτου.

γ Ἐὰν πρῶτον δευτέρου, ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ, ἰσάκις πολλαπλάσια, τοῦ πρώτου καὶ τρίτου, καὶ δευτέρου, τῶν ληφθέντων, ἑκά-

ὡς ἡγουμένου, πρὸς δ' ἡγούμενον, ὡς ἑπόμενον.

Σωλήσις λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου, μετὰ τοῦ ἑπομένου, ὡς αὐτὸς, πρὸς αὐτὸ δ' ἑπόμενον.

Διαίρεσις δὲ λόγου ἐστὶ, λῆψις τῆς ὑποχῆς, ἣν ὑπορέχει, δ' ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου, πρὸς αὐτὸ δ' ἑπόμενον.

Ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑποχὴν, ἣν ὑπορέχει, δ' ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ, πλειόνων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων, αὐτοῖς ἴσων δ' πλῆθος, σύνδυο λαμβανομένων καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὅταν ᾖ, ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι, δ' πρῶτον πρὸς δ' ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι, δ' πρῶτον πρὸς δ' ἔσχατον. Ἢ ἄλλως, λῆψις τῶν ἄκρων, καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

Τεταραγμένη ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν ᾖ, ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἡγούμενον πρὸς δ' ἑπόμενον, ᾖ δὲ καὶ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι.

Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν τριῶν

ἀνάλογον καλέσθω.

Ὅταν δὲ, τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων, τοῦ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον, ὑπερέχῃ, τοῦ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τοῦ δὲ τρίτου πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχει τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, ὅπερ τοῦ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον, μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

Ἀναλογία δέ ἐστιν, ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

Ἀναλογία δὲ, ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

Ὅταν δὲ, τρία μεγέθη, ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον.

Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη, ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον, τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον. καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἐνὶ πλέον, ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

Ὁμόλογα μεγέθη, λέγεται εἶναι, τὰ μὲν ἡγούμενα, τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἑπόμενα, τοῖς ἑπομένοις.

Ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶν, λῆψις τοῦ ἡγουμένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου, πρὸς τὸ ἑπόμενον.

Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἑπομένου

ὡς

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Βιβλίον ε'.

ΟΡΟΙ.

Μέρος ἐστὶ, μέγεθος μεγέθους, τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν κατα μετρῇ τὸ μεῖζον.

Πολλαπλάσιον δὲ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάττονος, ὅταν κατα μετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

Λόγος ἐστὶ, δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν, ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα, ποιὰ σχέσις.

Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα, μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται, πολλαπλασιαζόμενα, ἀλλήλων ὑπερέχειν.

Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου, καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν τοῦ δευτέρου, καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων, καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, ἑκάτερον ἑκατέρου, ἢ ἅμα ἐλλείπει, ἢ ἅμα ἴσα, ἢ ἅμα ὑπερέχη, ληφθέντα κατάλληλα.

Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον,

ζ Γρὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον τε-
θειγράφαι.

η Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον ἐγγράφαι.

θ Γρὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον τοθειγρά-
φαι.

ι Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἑκατέ-
ραν, τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν, διπλα
σίονα τῆς λοιπῆς.

ια Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον, ἰσό-
πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράφαι.

ιβ Γρὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον, ἰσό-
πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τοθειγράφαι.

ιγ Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν
τε, καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράφαι.

ιδ Γρὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν
τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον τοθειγράφαι.

ιε Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, ἑξάγωνον, ἰσόπλευ
ρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράφαι. Ὅτι δὲ τοῦ-
το φανερὸν, ὅτι ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρά,
ἴση ἐστὶ, τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.

ις Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντεκαιδεκά-
γωνον, ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγ-
γράφαι.

φομένου, ἐφάπτηται.

Κύκλος δὲ ὁμοίως, εἰς σχῆμα λέγεται ἐγγράφεσθαι, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, ἑκάστης πλευρᾶς, οὗ εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἅπτηται.

Κύκλος δὲ, περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, ἑκάστης γωνίας, τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται.

Εὐθεῖα, εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς, ἐπὶ τῆς περιφερείας ἦ τοῦ κύκλου.

Προτάσεις.

α Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, μὴ μείζονι οὔσῃ, τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου, ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

β Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

γ Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

δ Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

ε Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον, κύκλον περιγράψαι.

ς Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἐγγράψαι.

τοῦ τε σημείου, καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, ἴσον, τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἢ προσπίπτουσα, ἐφάπτηται τοῦ κύκλου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ
Βιβλίον γ'.

ΟΡΟΙ.

Σχῆμα εὐθύγραμμον, εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν, ἑκάστης πλευρᾶς, τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἅπτηται.

Σχῆμα δὲ ὁμοίως, περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ, τοῦ περιγραφομένου, ἑκάστης γωνίας, τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται.

Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον, εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία, τοῦ ἐγγραφομένου, ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον, περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ, τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, οὗ περιγρα-

κύκλου, δεχόμενον γωνίαν ἴσην, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

λδ Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου, τμῆμα ἀφελεῖν, δεχόμενον γωνίαν ἴσην, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

λε Ἐὰν ὁ κύκλῳ, δύο εὐθεῖαι, τέμνωσιν ἀλλήλας, ὁ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ, τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων, περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

λς Ἐὰν κύκλου, λαφθῇ τι σημεῖον, ἐκτὸς, ἀπ' αὐτοῦ, πρὸς τὸν κύκλον, προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται, ἔσται ὁ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης, μεταξὺ, τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

λζ Ἐὰν κύκλου, λαφθῇ τι σημεῖον, ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον, προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ, ἡ δὲ, ὁ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης, μεταξὺ,

τε πρὸς ταῖς πολυφορείαις, ὅσι βεβηκῇαι.

κη Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσας πολυφορείας ἀφαιροῦσι, τὴν μὲν μείζονα, τῇ μείζονι, τὴν δὲ ἐλάττονα, τῇ ἐλάττονι.

κθ Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ τὰς ἴσας πολυφορείας, ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν.

λ Τὴν δοθεῖσαν πολυφέρειαν, δίχα τεμεῖν.

λα Ἐν κύκλῳ, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικλίῳ γωνία, ὀρθή ἐστιν. ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττων ὀρθῆς. ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς. καὶ ἔτι, ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς. Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν τριγώνου ἡ μία γωνία, δυσὶν ἴσαι ᾖ, ὀρθὴ ἐστίν.

λβ Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ ἁφῆς, τοῦ τὸν κύκλον, διαχθῇ τις εὐθεῖα, τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας, πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται, ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

λγ Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, γράψαι τμῆμα

ἀφῆς, τῇ ἐφαπτομένῃ, πρὸς ὀρθὰς γωνίας, εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἴση τῇ ἀχθείσῃ, ἔσται δ' κέντρον τοῦ κύκλου.

κ Ἐν κύκλῳ, ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐστὶ, τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

κα Ἐν κύκλῳ, αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

κβ Τῶν δὲ τοῖς κύκλοις περιγραφομένων, αἱ ἀπεναντίον γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

κγ Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δύο τμήματα κύκλων, ὅμοια καὶ ἄνισα, οὐ συστήσονται, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

κδ Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν, ὅμοια τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν.

κε Κύκλου τμήματος δοθέντος, περιγράψαι τὸν κύκλον, οὗ ἐστὶ τμῆμα.

κς Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἴσαι γωνίαι, ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, εἴτε πρὸς τοῖς κέντροις, εἴτε πρὸς ταῖς περιφερείαις, ὧσι βεβηκυῖαι.

κζ Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν, βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, εἴτε πρὸς τοῖς κέντροις, εἴτε

ιγ Κύκλος, κύκλου οὐκ ἐφάπτεται, ἀλλὰ πλείονα σημεῖα, ἢ καθ' ἓν, ἐάν τε ἐντὸς, ἐάν τε ἐκτὸς, ἐφάπτηται.

ιδ Ἐν κύκλῳ, αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

ιε Ἐν κύκλῳ, μεγίστη μὲν ἐστὶν, ἡ διάμετρος, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ, ἡ ἐγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

ις Ἡ ἐπὶ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου, πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀχθεῖσα, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. Καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον, τῆς τε εὐθείας, καὶ τῆς περιφερείας, ἑτέρα εὐθεῖα, οὐ παρεμπεσεῖται. καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου, μείζων ἐστίν. ἡ δὲ λοιπὴ, ἐλάττων.

ιζ Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τοῦ δοθέντος κύκλου, ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

ιη Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηται τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου, ἐπὶ τὴν ἁφὴν, ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα, κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην.

ιθ Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηται τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ

θειῶν, μεγίστη μὲν, ἡ διὰ τοῦ κέντρου. Τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ, ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἔστι. Τῶν δὲ πρὸς τῷ κυρτῷ περιφέρειαν ποιουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μία ἐστὶν, ἡ μεταξὺ, τοῦτε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου. Τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ, ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερον ἐστὶν ἐλαττων. Δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου, πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

θ Ἐὰν κύκλου λαφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον, προσπίπτωσιν, πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, ὁ λαφθὲν σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

ι Κύκλος, οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ δύο.

ια Ἐὰν δύο κύκλοι, ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, μὴ λαφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν, ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὸ συναφὲς πεσεῖται τῶν κύκλων.

ιβ Ἐὰν δύο κύκλοι, ἅπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν, ἐπιζευγνυμένη, διὰ τῆς ἁφῆς ἐλεύσεται.

εὐθεῖαί τινα, μὴ διὰ τοῦ κέντρου, δίχα τέμνη, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ. Καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνη, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

δ Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι, τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

ε Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν, τὸ αὐτὸ κέντρον.

ϛ Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ἐντὸς, οὐκ ἔσται αὐτῶν, τὸ αὐτὸ κέντρον.

ζ Ἐὰν κύκλου ὑπὸ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου, προσπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες, πρὸς τὸν κύκλον, μεγίστη μὲν ἔσται, ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή. Τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ, ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπότερον, μείζων ἐστί. Δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι, ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκατέρα τῆς ἐλαχίστης.

η Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου, πρὸς τὸν κύκλον, διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ, ὡς ἔτυχε, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐ-

ἥτις ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία, ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν.

Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν, ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου, σταθῇ ἡ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα, ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

Ὅμοια τμήματα κύκλου ἐστὶν, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας. Ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Προτάσεις.

α Τοῦ δοθέντος κύκλου, τὸ κέντρον εὑρεῖν. Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν, ὅτι ἐὰν ἐν κύκλῳ τις εὐθεῖα, εὐθεῖάν τινα, δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, ἐπὶ τῆς τεμνούσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

β Ἐὰν κύκλου, ἐπὶ τῆς περιφερείας, ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα, ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

γ Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις, διὰ τοῦ κέντρου,

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Βιβλίον γ'.

ΟΡΟΙ.

ΙΣΟΙ κύκλοι εἰσὶν, ὧν αἱ διάμετροι, εἰσὶν ἴσαι. Ἢ ὧν, αἱ ἐκ τῶν κέντρων, ἴσαι εἰσίν.

Εὐθεῖα, κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ ἐκβαλλομένη, οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

Ἐν κύκλῳ, ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου, εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἐπ' ὠὰ τὰς καθέτους ἁπτόμεναι, ἴσαι ὦσιν.

Μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

Τμῆμα κύκλου ἐστὶ, σχῆμα περιεχόμενον, ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ περιεχομένη, ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστὶν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος, λαφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ, ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας,

ια Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τεμεῖν, ὥς τε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων, περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι, τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

ιβ Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς, ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσαν, ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου, πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

ιγ Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι, τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν, περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, ᾧ περιεχομένῳ δὶς, ὑπό τε μιᾶς, τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν, ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς, ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

ιδ Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

των, τὰ ζωαμφότερα τετράγωνα, ἴσα ἐστὶ, τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τῷ ἐφημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

ιγ Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράγωνον τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀπὸ τῶν τμημάτων, περιεχόμενον ὀρθογωνίου, μιᾷ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος, τετραγώνου ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τῷ ἐφημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς, ἀναγεγραφέσθαι τετραγώνῳ.

ιδ Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τῷ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

ιε Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα, ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης, τὰ ζωαμφότερα τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τῷ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης, ἔκτε τῆς ἡμισείας, καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς, ἀναγεγραφότος τετραγώνου.

νίῳ, καὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

δ Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον, ἴσον ἔσται, τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. Ἐκ δὴ τούτων φανερόν ἐστιν, ὅτι ἐν τοῖς τετραγώνοις χωρίοις, τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, τετραγωνά ἐστι.

ε Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων, περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ, τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

ϛ Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεία ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης (μὴ τῇ προσκειμένη, καὶ τῆς προσκειμένης, περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης, ἔκτε τῆς ἡμισείας, καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς, ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

ζ Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημά-

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ
Βιβλίον ϛ'.

ΟΡΟΙ.

ΠΑΝ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται, ὑπὸ δύο, τῆι τῶν ὀρθῶν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ, σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, γνώμων καλείσθω.

Προτάσεις.

α Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῆι δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν, εἰς ὅσα δήποτε τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν, ἴσον ἐστὶ, τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου, καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων, περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

β Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμηθῆι ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια, ἴσα ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

γ Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, ὡς ἔτυχε τμηθῆι, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ, τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ,

λόγραμμον, τὸ τριῶνον.

μβ Τῷ δοθέντι τριῶνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι, ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

μγ Παντὸς παραλληλογράμμου, τῶν περὶ τὰς διαμέτρον παραλληλογράμμων, τὰ παραπληρώματα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

μδ Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι τριῶνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

με Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι, ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

μς Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, πεντάγωνον ἀναγράψαι.

μξ Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριῶνοις, ἡ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς πεντάγωνον, ἴσον ἐστὶ, τοῖς, ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν, πενταγώνοις.

μη Ἐὰν τριῶνου, ἡ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν πεντάγωνον, ἴσον ᾖ, τοῖς, ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριῶνου δύο πλευρῶν, πενταγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία, ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριῶνου δύο πλευρῶν, ὀρθή ἐστι.

ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

λδ Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων, αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ τε καὶ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. Καὶ ἡ διάμετρος, αὐτὰ δίχα τέμνει.

λε Τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

λς Τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

λζ Τὰ τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

λη Τὰ τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις εἰσί.

λθ Τὰ ἴσα τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστί.

μ Τὰ ἴσα τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

μα Ἐὰν παραλληλόγραμμον, τριγώνου βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιον ἔσται τὸ παραλλη

κζ Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς
ἐναλλὰξ γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, πα-
ράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις, αἱ εὐθεῖαι.

κη Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὴν
ἐκτὸς γωνίαν, τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, καὶ
ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς,
καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, δυσὶν ὀρθαῖς, ἴ-
σας ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις,
αἱ εὐθεῖαι.

κθ Εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας, εὐθεῖα ἐμ πί
πτουσα, τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας, ἴσας ἀλλή-
λαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναν
τίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἴσην, καὶ τὰς ἐντὸς
καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

λ Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλή-
λαις εἰσὶ παράλληλοι.

λα Ἀπὸ δοθέντος σημείου, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, πα
ράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

λβ Παντὸς τριγώνου, μιᾶς τῶν πλευρῶν προ-
εκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ
ἀπεναντίον, ἴση ἐστί. Καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου
τρεῖς γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

λγ Αἱ τὰς ἴσας καὶ παραλλήλους εὐθείας ἐπὶ ζευγνύουσαι εὐθεῖαι, καὶ αὐταὶ

ρίσματα· ἐπεὶδὴ καὶ τὸ ἐπιπεδούμενον ἀπὸ τῆς ἀποτόμης ἔχει

Καὶ τὸ προβλῆτα, τὸ δὲ παραλληλόμενον μὴ εὐθὺ ὑπὸ πάντων μ περιεχόμενα, ἐπεὶδὴ καὶ τὰ μὴ ἀπέναντι ἀλλήλων εὐθεῖαν οὐδεμίαν ἔχοντα· οἷον ὁ κύκλος, ἀλλὰ καὶ τὰ μίαν μὲν ἔχοντα εὐθεῖαν, ἀπεναντίον δὲ μείζονα ἢ κατὰ μίαν γωνίαν· μᾶλλον γὰρ ἢ κατὰ δύο ἐστὶν ἐπίπεδα περιεχόμενα.

ια

Δύο δὴ τὰς δύο, τῆς λοιπῆς, μείζονας εἶναι, πάντη μὲν λαμβανομένας. Ἀλλὰ μὴν καὶ τὰς πρὸς τῇ βάσει τῶν πρὸς τῇ κορυφῇ τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου τὰς δύο γωνίας μείζονας εἶναι, πάντη μὲν λαμβανομένας. Ἐστω γὰρ ἰσοσκελὲς τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, ἴσην ἔχον τὴν ΑΒ πλευρὰν τῇ ΒΓ πλευρᾷ, καὶ προσεκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Δ ἡ ΑΓ· λέγω, ὅτι τῆς ΑΒΓ γωνίας μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΒΔ, καὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ ἡ ὑπὸ ΓΔΒ. Εἰλήφθω γὰρ τυχὸν σημεῖον τὸ Ε, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τῆς ΔΑ τῇ ΓΑ ἴση ἡ ΑΖ, ἀπὸ δὲ τῆς ΒΓ τῇ ΒΑ ἴση ἡ ΓΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΒ καὶ ἡ ΕΗ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΑΓ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΖΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΖ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΖΓ τῆς ὑπὸ ΑΓΖ. Πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΑ τῇ ΒΓ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΒΓΑ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΖΓ τῆς ὑπὸ ΒΓΑ. Πολλῷ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΗΓ τῆς ὑπὸ ΒΓΑ. Καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΕΓΗ αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΕΓ, ΓΗ μείζονες εἰσὶ τῆς λοιπῆς τῆς ΕΗ, ἴση δὲ ἡ ΓΗ τῇ ΒΑ, αἱ ΕΓ, ΑΒ ἄρα τῆς ΕΗ μείζονες εἰσίν. Ἀλλὰ τῆς ΕΗ μείζονες ἐδείχθησαν αἱ ΕΖ, ΖΒ· αἱ ΕΖ, ΖΒ ἄρα τῶν ΕΓ, ΑΒ μείζονες εἰσίν. Κοινὴ προσκείσθω ἡ ΖΓ· αἱ ΕΖ, ΖΒ, ΖΓ ἄρα τῶν ΕΓ, ΑΓ μείζονες εἰσίν. Ἀλλὰ τῶν ΕΓ, ΑΓ μείζονες ἐδείχθησαν αἱ ΕΖ, ΖΓ· αἱ ΕΖ, ΖΓ ἄρα τῶν ΕΖ, ΖΒ, ΖΓ μείζονες εἰσίν. Κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΕΖ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΖΓ τῶν ΖΒ, ΒΓ μείζων ἐστίν. Ἀλλὰ τῆς ΖΓ μείζων ἐδείχθη ἡ ὑπὸ ΕΔΒ τῆς ὑπὸ ΓΔΒ· καὶ τῆς ΖΒ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΔΒ τῆς ὑπὸ ΓΔΒ. Πολλῷ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΔΒ τῆς ὑπὸ ΓΔΒ. Ἀλλὰ τῆς ὑπὸ ΕΔΒ μείζων ἐδείχθη ἡ ὑπὸ ΕΗΓ τῆς ὑπὸ ΒΓΑ· καὶ τῆς ὑπὸ ΓΔΒ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΗΓ τῆς ὑπὸ ΒΓΑ. Ἐπεὶ οὖν τῆς μὲν ΑΒΓ γωνίας μείζων ἐδείχθη ἡ ὑπὸ ΓΒΔ, τῆς δὲ ὑπὸ ΓΔΒ μείζων ἡ ὑπὸ ΒΑΓ, αἱ πρὸς τῇ βάσει ἄρα τῶν πρὸς τῇ κορυφῇ τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου τὰς δύο γωνίας μείζονας εἶναι, πάντη μὲν λαμβανομένας.

Ἐὰν πρίσματος ἐπίπεδον τμήσῃ τὰς ἀπεναντίον δύο πλευρὰς, τὰς λοιπὰς πλευρὰς, τὰς τοῦ πρίσματος ἐπιπέδου παραλληλογράμμους ποιήσει.

Πρίσματος γὰρ τοῦ ΑΒΓΔΕΖ ἐπίπεδον τὸ ΗΘΚΛ τεμνέτω τὰς ἀπεναντίον δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΔΕ· λέγω, ὅτι καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς τὰς τοῦ πρίσματος ἐπιπέδου παραλληλογράμμους ποιήσει. Ἐπεὶ γὰρ ἐν ἑκατέρᾳ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ ἡ ΗΚ εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν, ἡ ΗΚ ἄρα τῇ ΔΕ ἐστὶ παράλληλος. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΘΛ τῇ ΔΕ ἐστὶ παράλληλος. Καὶ ἐπεὶ ἐν ἑκατέρᾳ τῶν παραλλήλων τῶν ΑΒ, ΔΕ ἡ ΗΘ εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν, ἡ ΗΘ ἄρα τῇ ΑΒ ἐστὶ παράλληλος. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΚΛ τῇ ΑΒ ἐστὶ παράλληλος. Ἑκατέρα δὲ τῶν ΗΚ, ΘΛ τῇ ΔΕ ἐστὶ παράλληλος· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ΗΘ, ΚΛ τῇ ΑΒ ἐστὶ παράλληλος. Καὶ ἐπεὶ ἐν τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις τοῖς ΑΒΓ, ΔΕΖ εἰλήφθη τυχὸν σημεῖον τὸ Η, καὶ ἀπὸ τοῦ Η τῇ ΑΒ παράλληλος οὐκ ἐπὶ τὸ αὐτὰ μέρη ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ ἐπιπέδου ἀπῆκται ἡ ΗΘ, ἐπὶ τὸ αὐτὰ ἄρα μέρη ἀπὸ τοῦ ΔΕΖ ἐπιπέδου ἀπῆκται ἡ ΗΘ. Καὶ ἐπεὶ ἐν τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις τοῖς ΑΒΓ, ΔΕΖ εἰλήφθη τυχὸν σημεῖον τὸ Η, καὶ ἀπὸ τοῦ Η τῇ ΑΒ παράλληλος οὐκ ἐπὶ τὸ αὐτὰ μέρη ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ ἐπιπέδου ἀπῆκται ἡ ΗΘ, ἐπὶ τὸ αὐτὰ ἄρα μέρη ἀπὸ τοῦ ΔΕΖ ἐπιπέδου ἀπῆκται ἡ ΗΘ. Καὶ ἐπεὶ ἐν τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις τοῖς ΑΒΓ, ΔΕΖ εἰλήφθη τυχὸν σημεῖον τὸ Η, καὶ ἀπὸ τοῦ Η τῇ ΑΒ παράλληλος οὐκ ἐπὶ τὸ αὐτὰ μέρη ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ ἐπιπέδου ἀπῆκται ἡ ΗΘ, ἐπὶ τὸ αὐτὰ ἄρα μέρη ἀπὸ τοῦ ΔΕΖ ἐπιπέδου ἀπῆκται ἡ ΗΘ.

ιδ Ἐαν πως πνι εὐθεια, τῷ πρὸς αὐτῃ σημείῳ, δύο εὐθεῖαι, μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

ιε Ἐὰν δύο εὐθεῖαι, τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσι.

ις Παντὸς τριγώνου, μιᾶς τῶν πλευρῶν ἐκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς, καὶ ἀπεναντίον, μείζων ἐστί.

Δ ιζ Παντὸς τριγώνου, αἱ δύο γωνίαι, δύο ὀρθῶν, ἐλάσσονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

ιη Παντὸς τριγώνου, ἡ μείζων πλευρὰ, τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

ιθ Παντὸς τριγώνου, ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

κ Παντὸς τριγώνου, αἱ δύο πλευραὶ, τῆς λοιπῆς, μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

κα Ἐὰν τριγώνου, ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν, ἀπὸ τῶν πράτων, δύο εὐθεῖαι, αἱ συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι, τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.

κβ Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἱ εἰσὶν ἴσαι, τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, τρίγωνον συστήσασθαι.

ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑπὸ τείνου-
σαι πλευραὶ, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

ζ Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δυσὶ ταῖς αὐταῖς εὐθεί-
αις, ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι, ἑκατέρα ἑκα-
τέρα οὐ συστα θήσονται, πρὸς ἄλλω δὲ ἄλλω
σημείω, ὑπὸ τὰ αὐτὰ μέρη, τὰ αὐτὰ πέρα-
τα ἔχουσαι, ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

η Ἐὰν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ
πλευραῖς, ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρα,
ἔχῃ δὲ, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν
γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων
εὐθειῶν περιεχομένην.

θ Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον, δίχα
τεμεῖν.

ι Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, δίχα
τεμεῖν.

ια Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέν-
τος σημείου, πρὸς ὀρθὰς γωνίας, εὐθεῖαν
γραμμὴν ἀγαγεῖν.

ιβ Περὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον, ἀπὸ τοῦ
δοθέντος σημείου, ὃ μὴ ἔστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθε-
τον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

ιγ Ὡς ἂν εὐθεῖα, ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα, γωνίας
ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας
ποιήσει.

δύο [αὐταῖς] εὐθεῖαι, ἐπ' ἄπειρον, συμπίπτουσιν [ταῖς] ἀλλήλαις, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν, αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

Καὶ δύο εὐθεῖαι, χωρίον οὐ περιέχουσιν.

Προβλήματα. Προτάσεις.

α Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης, τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

β Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

γ Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων, ἀπὸ τῆς μείζονος, τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν, ἀφελεῖν.

δ Ἐὰν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς, ταῖς δυσὶ πλευραῖς, ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν γωνίαν, τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον, τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι, ταῖς λοιπαῖς γωνίαις, ἴσαι ἔσονται, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς, αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Τὸ συμπέρασμα τοῦτο τῆς πρότασεως.

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων, αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. Καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις

Πρόβλημα μέν ἐστι μέρος λόγου ἢ ἐπέρου δέους προβαλλόμενον, ὃ οὐ πάντως ἀμέσως πίστιν δέους ἢ ψυχῆς ἀθάνατον ἢ ἐστὶν ἴδιον ἢ τοῦτο προβληματικόν.

Θεώρημα δέ ἐστι σύνταγμα λόγου δεικνύον τὴν ἀλήθειαν καὶ μὴ ἔχον τι ἐπέκεινα εἰς ἀρχήν

ἀμεσος ἀπόδειξις. ἀπόδειξις.

Θεώρημα ἐστὶ σύνταγμα λόγου δεικνύον τὴν ἀλήθειαν καὶ μέχρι τούτου ἐπέκεινα.

(κεφ. ὅτι τὸ μεῖζον πλευρὰν ὑποτείνει μείζονα γωνίαν καὶ τὸ ἀνάπαλιν.)

συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

Αἰτήματα. Τὰ αἰτήματα τὰ μὲν παντελῶς ἀγνοούμενα τῷ μανθάνοντι, τὰ καὶ ἀμφιβαλλόμενα

Ἠ τήσθω, ἀπὸ πάνυ σημείου, ἐπὶ πᾶν σημεῖον, εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν,

Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν, κατὰ τὸ συνεχὲς. ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν.

Καὶ παντὶ κέντρῳ, καὶ διαστήματι κύκλους γράφεσθαι. Κοιναὶ ἔννοιαι.

Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

Καὶ ἐὰν ἴσοις, ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων, ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων, ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπὰ ἐστὶν ἄνισα.

Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. ἡ ὡς ἐπικείμενα ἐν εἰς ἕτερον.

Καὶ τὸ ὅλον, τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστι.

Καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς ἐνὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν, ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλόμεναι αἱ

ειεχομενα.

Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων, ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μόνας, ἴσας ἔχον πλευράς.

Σκαληνὸν δὲ, τὸ τὰς τρεῖς, ἀνίσας ἔχον πλευράς.

Ἔτι τε τῶν τριπλεύρων σχημάτων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν,

Ἀμβλυγώνιον δὲ, τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

Ὀξυγώνιον δὲ, τὸ τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μέν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι, καὶ ὀρθογώνιον.

Ἑτερομηκὲς δὲ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

Ῥόμβος δὲ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

Ῥομβοειδὲς δὲ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε ὀρθογώνιον.

Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον, ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, οὐδὲ μηδέτερα

Λ μβλεῖα γωνία ἐστίν, ἡ μείζων ὀρθῆς.

Ο ξεῖα δέ, ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

Ο ρθή ἐστιν, ὁ ἴσος ἑαυτῷ γενόμενος.

Σ χῆμά ἐστι, τὸ ὑπό τινος ἢ πλειόνων ὅρων, περιεχόμενον.

Κύκλος ἐστί, σχῆμα ἐπίπεδον, ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ἣν, ἀφ' ἑνὸς σημείου, τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων, πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου, τὸ σημεῖον καλεῖται.

Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστίν, εὐθεῖά τις, διὰ κέντρου ἠγμένη, καὶ πεπερασμένη, ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, ὑπὸ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν. ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

Ἡμικύκλιον δέ ἐστι, τὸ περιεχόμενον σχῆμα, ὑπό τε τῆς διαμέτρου, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης, ἀπὸ τοῦ κύκλου περιφερείας.

Τμῆμα κύκλου ἐστί, τὸ περιεχόμενον, ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

Εὐθύγραμμα σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.

Τετράπλευρα μέν, τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

Τετράπλευρα δέ, τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

Πολύπλευρα δέ, τὰ ὑπὸ πλειόνων εὐθειῶν περι

+ πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν.

Τὸ αὐτὸ τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἐσοπλεύρου γραμμῆς σημεῖον ἐστι καὶ τοῦ αὐτοῦ.

β

ὁ δηλοῖ γραμμὴ ἐπὶ μέσου τοῦ κύκλου λέγεται διάμετρος. καὶ δὲ καὶ τετραγώνου διάμετρος ἐστι δὲ καὶ ὀρθογωνίου αὐτοῦ.

+ ἀπολαμβ.

< ἢ ἴσαι μείζονι ἢ < ἐλάσσονι ἡμικυκλίων

+ κοινὰ ἔννοιαι αἱ πρὸ τε καὶ ἀξιώματα τὰ μὲν τοῦ ἰδίου γένους ἰδίαι ἀποδείξεως. μὲν ἡ γεωμετρικὰ

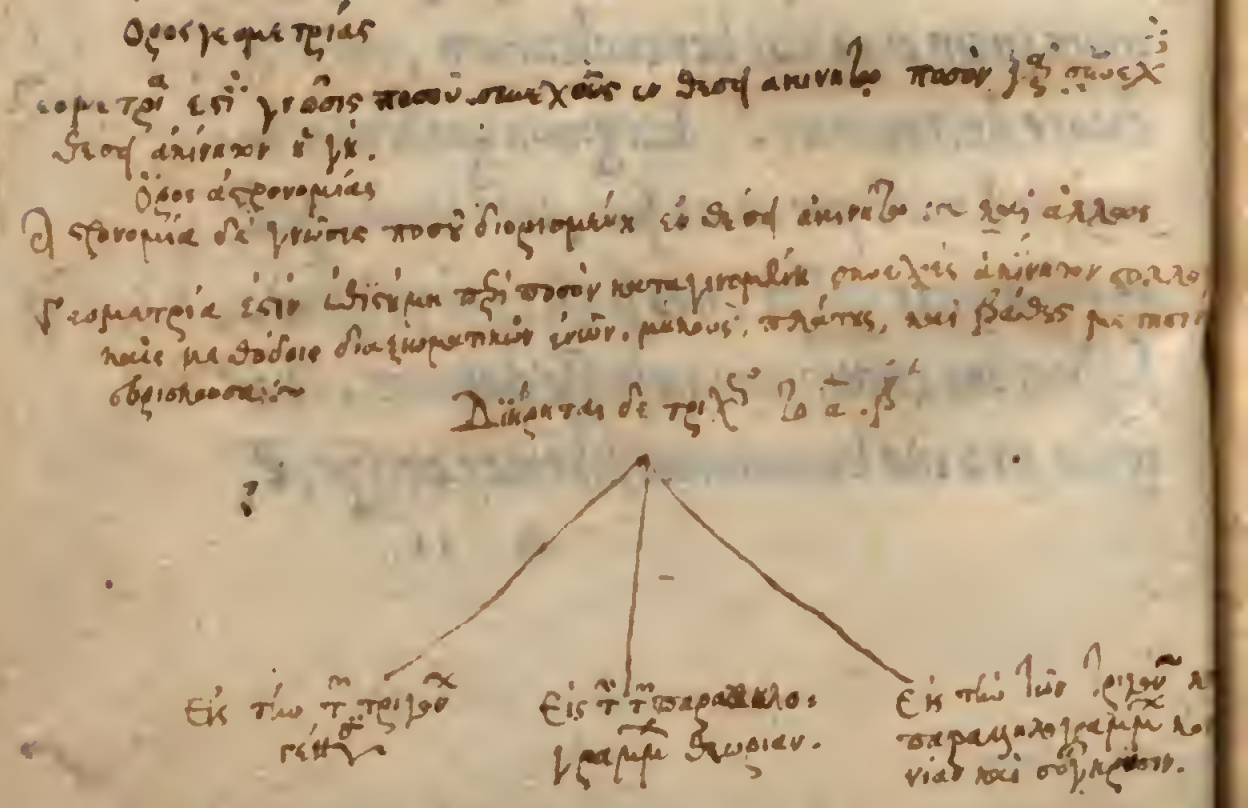
κλείων σχήματα ἀλλ' ὡς γράμματα λαμβάνειν, ἢ ἀρχὰς τοῦ τε γένους τῆ ἐφεξῆς. διέστηκε ἀλλ
λαι· χ ἃ καὶ τὰ διωρίσμενα τῶν προβλημάτων διδάσκει· ἐστὶ γὰρ ἐν τοῖς διωρισμένοις
τὸ ἀπόλυτον ἴδιον καὶ γνώσιν ἴδιαν ἔχοντα τοῖς ἀποδεικνυμένοις προσπίπτει· ἐν δὲ τοῖς προβλήμασι περίοδος
καὶ τοῦτο προσπίπτει· οὕτω καὶ ἐν τοῖς ἀξιώμασι ταῦτα λαμβάνειν· ἴδιον τοῖς δοθεῖσι μεγέθεσι
προσπίπτει· καὶ αὐτὸ δὲ γνῶσιν ἐστὶ καὶ ἀρετὴ καὶ τὸ χαίρειν τοῖς ἀδιδάκτοις ἐμ- ἐννοίαις·
ἐν δὲ τοῖς αἰτήμασι τοῦτο ξητοῦμεν λαμβάνειν, ὅσα ἐστὶν εὐθεῖαν καὶ διημέκασα. ἴδιον δὲ
νοῦσι οἱ καμπύλοις περὶ τὸ λαβεῖν αὐτό. οὐδὲ ποιεῖ δὲ ὅμοιον γνῶσιν ἀρετὴ, καὶ ἀναπτύ
ξαντα καὶ λαβεῖν ἀναπόδειτον διορίζειν τὰ αἰτήματα καὶ τὰ ἀξιώματα, οὕτως καὶ γνῶ
σεως καὶ λαβεῖν τὰ ξητούμενα μετὰ παραστάσεως τῶν διωρισμένων

ΕΥ'ΚΛΕΙ'ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ'ΩΝ
Βιβλίον α'.

Ο'ΡΟΙ.

Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.
Γραμμὴ δὲ, μῆκος ἀπλατές.
Γραμμῆς δὲ πέρατα, σημεῖα.
Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.
Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.
Ἐπιφανείας δὲ πέρατα, γραμμαί.
Ἐπίπεδος ἐπιφάνεια ἐστὶν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.
Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ ἐν ἐπιπέδῳ, δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων, πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.
Ὅταν δὲ, αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ, εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.
Ὅταν δὲ εὐθεῖα, ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα, τὰς ἐφεξῆς γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν. καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα, κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

fruere Euclide tuo. Qui, si ad eam quam nunc uides exiguitatem, deuenisse uidetur, ne propterea, huic aliquid deesse, in animum inducas tuum. Omnes enim tibi affert elementorum libros, (hos quindecim esse non ignoras) cum integros, tum emendatos, tum etiam, a sexcentis rebus quasi purgatum, quæ nec Euclidis ingenium illud propè diuinum, neq; perspicuitatem uel ordinem, earum scientiarum, quæ appellantur mathematicæ, redolere penitus uidebantur. Id tu ipse legens cognosce, & Vale. Romæ M. D. XLV.



ANTONIO ALTOVITO

in primis eruditissimo,

ANGELVS CAIANVS

S. P. D.

BIBLIOTECA
ROMA
ORIO EM

LVcubrationes nostras, Antoni charissime, quibus multo cum labore, suæ pristinæ formæ reddidimus Philosophorum principem Euclidem, cum propter tuum singulare in omni doctrina, maximéq; in rebus mathematicis studium, tum propter summam tuam erga nos beneuolentiam, uni tibi dicare decreuimus. Exiguum quidem munus, sed quod paruitate sua, testatum apud te relinquere possit, nos si uires id præstare sufficerent, etiam maiora fuisse daturos. Tu igitur, pro tua humanitate, libenter accipe, &

Cat. inscr. C. R. Collegij Rom. Societ. Jesu

ΕΥ̓ΚΛΕΊΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΊΩΝ ΒΙΒΛΊΑ ιέ.

Αντωνίου τοῦ Θοαζβείνου εἰς

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBRI XV.

Ἰων πυθαιων.

ROMÆ. MDXXXXV.

Cum priuilegio S. D. N. Pauli III, & inclytæ Reip. Venetiarum, ad quinquennium.

BIBLIOTECA NAZ. VITTORIO EMANUELE ROMA

Αντωνιος

Αντωνιου τοῦ Ποσσεινου καὶ τῶν [illegible]

φίλων ἐυκλείδης.

1548. Αντωνίου τοῦ Ποσσεν[illegible]

Ε. αντώνιος ὁ Ποσσεβῖν.

Ευκλείδης ὁ ἐγράψε τῶν στοιχείων

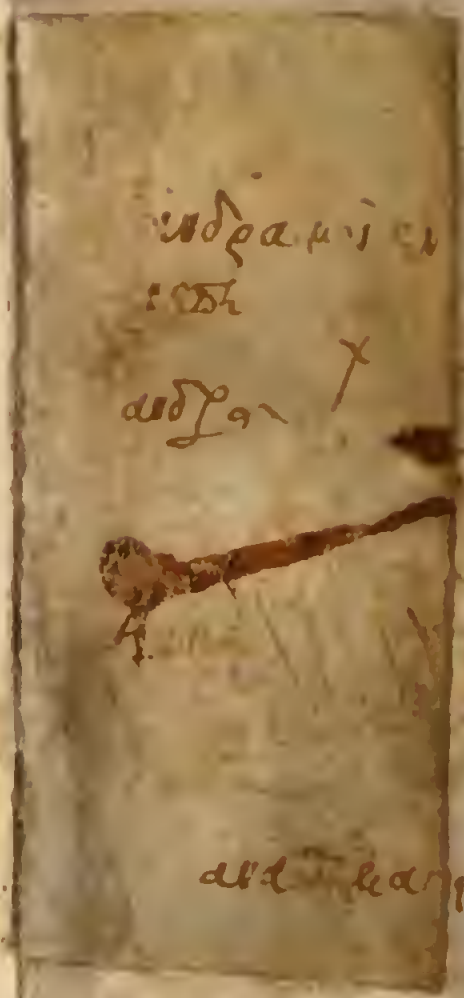
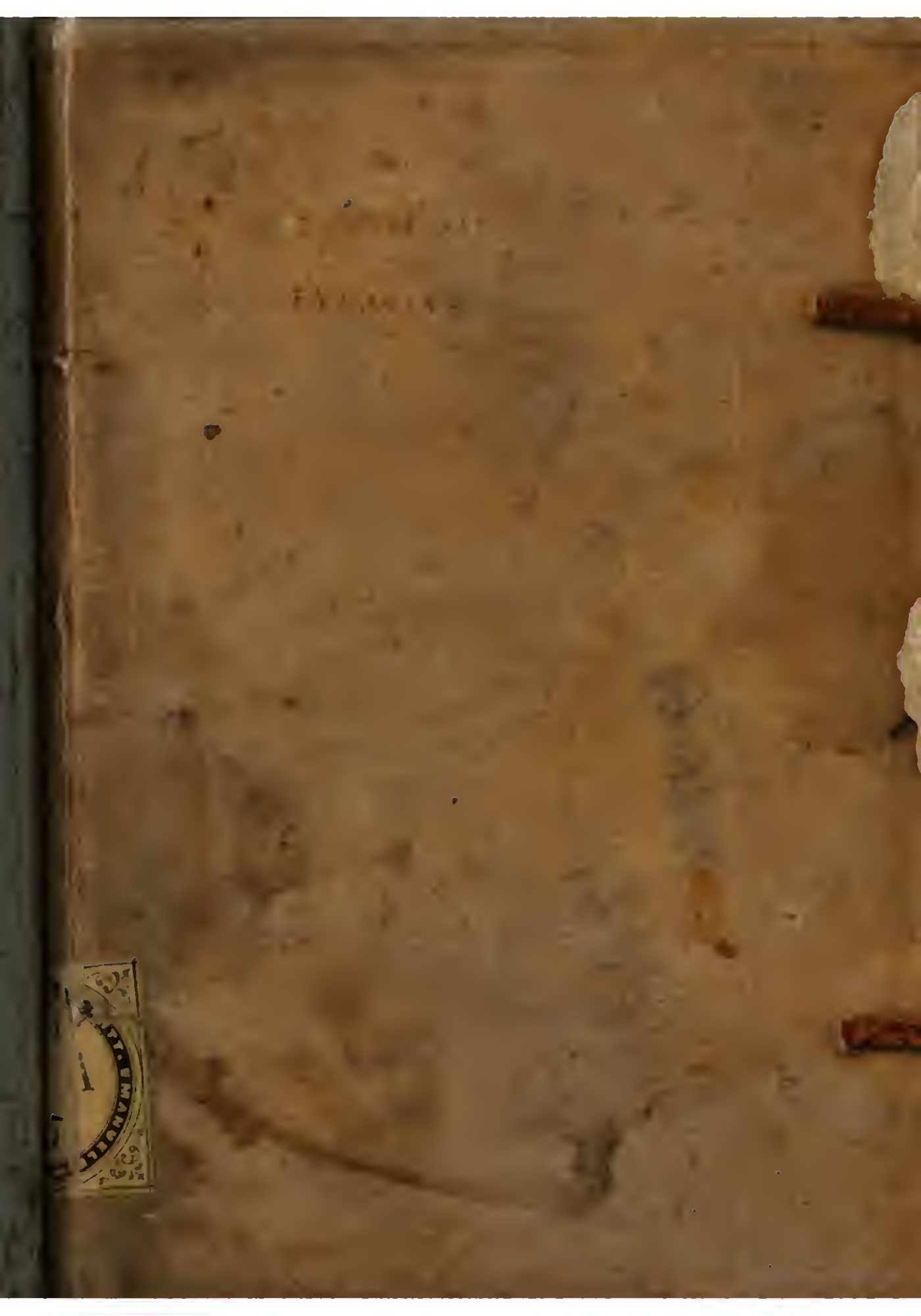
βιβλία ιε.

anto antonius Posseuinus

[illegible]

Cum priuilegio summi pontificis Pauli. III. et Duce Venetiae Bartholomeo Bragadeno.

[illegible]



BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
68
13 A
37